

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi

A.a. 2011-2012, sessione invernale, III appello

Corso: prof. OMARI prof. CUCCAGNA

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z^3 + |z|^3 = 1.$$

RISULTATO**SVOLGIMENTO** (*Suggerimento: si ponga $w = z^3$.*)

ESERCIZIO N. 2. Si dimostri, usando il principio d’induzione, che per ogni $n \in \mathbb{N}$

$$\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx = n!.$$

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 3.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

(i) Si calcoli, per ogni $x \in \mathbb{R}$, $\int_x^{+\infty} \frac{x^2}{x^2 + t^2} dt$.

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $\int_x^{+\infty} \frac{x^2}{x^2 + t^2} dt = \alpha$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga

$$f(x) = \int_0^x \left(\int_t^{2t} e^{-s} ds \right) dt.$$

(i) Si determinino, giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ii) Si determinino

• $f'(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

• i segni di f :

• $f''(x) =$

• i segni di f'' :

• la concavità, la convessità, i punti di flesso di f :