

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi
A.a. 2011-2012, sessione invernale, I appello

Corso: prof. OMARI prof. CUCCAGNA

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$f_\alpha(x) = 2 \frac{(2+x)^\alpha - 2^\alpha}{(\sin x)^{1-\alpha} \log_2(1+x^\alpha)} .$$

Si determini, giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_\alpha(x)$.

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme

$$E = \{z \in \mathbb{C} : |z - \bar{z}| \leq |z + \bar{z}|, 1 < z\bar{z} < 4\}.$$

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti di frontiera di E :

(iii) Si dica se

- E è chiuso:

- E è aperto:

- E è limitato:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga, per ogni $n \in \mathbb{N}$,

$$a_n = \int_n^{n+1} \frac{x}{x^3 + x^2 + x + 1}$$

Si determinino, giustificando le risposte,

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

- $\text{ord}_{+\infty} a_n$

- $\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{n=0}^N a_n$

ESERCIZIO N. 4. Si ponga, per $x > -\frac{1}{2}$,

$$f(x) = \int_{2x}^1 \log(1+t) dt.$$

(i) Si determinino, giustificando le risposte,

- $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x)$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ii) Si determinino

- $f'(x)$

- i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi di f :

- i segni di f :

(iii) Si provi che f è concava.

(iv) Si determini il numero delle soluzioni $x \in]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ dell’equazione $f(x) = \alpha$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.