

Esame di Analisi matematica I - 12 CFU : esercizi

A.a. 2011-2012, sessione estiva, I appello

Corso: prof. OMARI <input type="radio"/> prof. CUCCAGNA <input type="radio"/>
COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____
Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che è assolutamente convergente la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{iz}{2z+i} \right)^n.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si ponga, per ogni $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{t^2 + xt + 1}{t^2 + 1} \right)^{xt}.$$

(i) Si determini l'espressione esplicita di $f(x)$.

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 3.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Si provi che esiste un unico $\alpha > 0$ tale che

$$\int_{\alpha}^{+\infty} \frac{1}{x^3 + x} dx = 1.$$

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} |x + 1| & \text{se } x \leq 0, \\ \int_0^x \frac{e^t - 1}{\sqrt{t}} dt & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino, giustificando la risposta,

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ii) Si determinino

- i segni e gli zeri di f :

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- $f'_s(-1) =$

$f'_d(-1) =$

$f'_s(0) =$

$f'_d(0) =$

- i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

- le equazioni degli asintoti al grafico di f (qualora esistono):