

Esame di Analisi matematica I - 12 CFU : esercizi

A.a. 2012-2013, sessione invernale, I appello

Corso: prof. OMARI prof. CUCCAGNA

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{3x} (1 - \cos t) \sin(t^2) dt}{2x - \int_0^{2x} \cos(t^2) dt}.$$

RISULTATO**SVOLGIMENTO**

ESERCIZIO N. 2.

Si consideri la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{i\bar{z}}{z - |z|}.$$

(i) Si determini $\text{dom} f$.

(ii) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme $E = \{z \in \text{dom} f : |f(z)| = 1\}$.

(iii) Si stabilisca se

• E è aperto:

• E è chiuso:

• E è limitato:

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-2x - x^2} & \text{se } -2 \leq x < 0, \\ x^2 e^{-x} & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- i segni e gli zeri di f :

- $f'(x) =$

- $f'(-2) =$

$f'_s(0) =$

- $f'_d(0) =$

- i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

- $f''(x) =$

- i segni di f'' :

- la concavità, la convessità, i punti di flesso di f :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga, per $x \geq 1$,

$$f(x) = \int_x^{x+1} \frac{\ln t}{t + t(\ln t)^2} dt$$

(i) Si determini l'espressione esplicita di f .

(ii) Si calcoli la somma della serie $\sum_{k=1}^{+\infty} f(k)$.