

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
A.a. 2010-2011, sessione estiva, I appello

Corso:      prof. OMARI <input type="radio"/> prof. CUCCAGNA <input type="radio"/>
COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____
Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi :                      1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/>

**ESERCIZIO N. 1.** Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che la successione di numeri complessi  $\left( 2^n \left( \frac{iz - 1}{\bar{z} + i} \right)^n \right)_n$  è limitata.

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si determini, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha - \sin x}{\log(1 + x^\alpha) - \alpha x}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si ponga, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$a_n = \int_n^{n+1} \frac{3}{2x^3 + x^2} dx.$$

(i) Si provi che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ .

(ii) Si determini  $p \in \mathbb{N}$  tale che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^p a_n = \frac{3}{2}$ .

(iii) Si stabilisca se la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  è convergente e, in caso affermativo, se ne calcoli la somma.

**ESERCIZIO N. 4.** Si ponga

$$f(x) = |x^2 - x|e^{-x} + (x^2 - x)e^{-x}.$$

(i) Si determinino

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $f'(x) =$

•  $f'_s(0) =$

$f'_d(0) =$

$f'_s(1) =$

•  $f'_d(1) =$

• i segni di  $f'$ :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

•  $f''(x) =$

• i segni di  $f''$ :

• la concavità, la convessità, i punti di flesso di  $f$ :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni  $x \in \mathbb{R}$  dell'equazione  $f(x) = \alpha$ , al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .