Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2010-2011, sessione autunnale, I appello

Corso: **prof. OMARI** ○ **prof. CUCCAGNA** ○

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ______________________

Si risolvano gli esercizi : **1** ○ **2** ○ **3** ○ **4** ○

ESERCIZIO N. 1. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } x \leq 0, \\ p(x) & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

dove $p \in \mathbb{R}[x]$ è un polinomio a coefficienti reali.

(i) Si determini il polinomio p di grado minimo tale che la funzione f sia 2 volte derivabile in $\mathbb{R}$.

(ii) Si determini, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $f(x) = \lambda$.

(iii) Si dica, giustificando la risposta, se esiste un polinomio p tale che f sia infinite volte derivabile in $\mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme E degli $z \in \mathbb{C}$ che soddisfano il sistema

$$\begin{cases} z \cdot \bar{z} - 3|z| + 2 < 0, \\ |(1+i)z + (1-i)\bar{z}| \leq 4. \end{cases}$$

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E:
- l'insieme dei punti interni di E:
- l'insieme dei punti di frontiera di E:

(iii) Si determinino $\sup_{z \in E} |z|$ e $\inf_{z \in E} |z|$, specificando se sono massimo e minimo, rispettivamente.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n\,! \cdot \int_n^{n+1} x^{-x}\, dx \right).$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO *(Suggerimento: si osservi che la funzione x^{-x} è monotona per $x \geq 1$.)*

ESERCIZIO N. 4. Si ponga, per $x > 0$,

$$f(x) = \int_1^x \frac{\log t}{1+t}\, dt.$$

(i) Si provi che esiste finito $\lim_{x \to 0^+} f(x)$.

(ii) Si provi che $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

(iii) Si determinino

- $f'(x) =$

- i segni di f':

- la crescenza, la decrescenza e gli estremi di f:

- i segni di f:

- $f''(x) =$

(iv) Si provi che f ha esattamente un punto di flesso.