Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2010-2011, sessione estiva, III appello

Corso: **prof. OMARI** ◯ **prof. CUCCAGNA** ◯

COGNOME e NOME ____________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ____________________

Si risolvano gli esercizi : **1** ◯ **2** ◯ **3** ◯ **4** ◯

ESERCIZIO N. 1. In quanti modi si possono distribuire 5 biglietti numerati fra 10 persone in modo che ogni persona riceva al massimo 2 biglietti?

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri nel piano di Gauss l'insieme

$$E = \left\{ x + iy \in \mathbb{C} : \sin\left(\frac{1}{|2x+iy|}\right) = 0 \right\}.$$

(*i*) Si determinino:

• l'insieme dei punti di accumulazione di E:

• l'insieme dei punti di accumulazione di $\mathcal{C}E$:

• l'insieme dei punti interni a E:

• l'insieme dei punti interni a $\mathcal{C}E$:

(*ii*) Si stabilisca, giustificando le risposte, se:

• E è limitato:

• E è chiuso:

(*iii*) Si consideri la funzione $f : E \to \mathbb{R}$ definita da $f(x+iy) = e^{-|2x+iy|}$ e si determinino, giustificando le risposte:

• $\sup f(E) =$

• $\inf f(E) =$

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri, per ogni $\alpha \geq 0$, la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \int_{n}^{n+\alpha} \frac{1}{x^3 + x}\, dx.$$

(i) Si studi il carattere della serie al variare di $\alpha \geq 0$.

(ii) Si determini la somma delle serie per $\alpha = 0$ e per $\alpha = 1$.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{-\sqrt[3]{x}}{1+x^2} & \text{se } \ x \leq 0, \\ \displaystyle\int_x^{2x} t^2 e^{-t^2}\, dt & \text{se } \ x > 0. \end{cases}$$

(i) Si provi che esiste finito $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

(ii) Si determinino

- i segni di f:
- $\lim_{x\to-\infty} f(x) =$
- $\lim_{x\to 0^+} f(x) =$
- $f'(x) =$
- $f'_s(0) =$ $\qquad$ $f'_d(0) =$
- i segni di f':
- la crescenza, la decrescenza e gli estremi di f:
- le equazioni degli asintoti al grafico di f a $-\infty$ e a $+\infty$:

(iii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in\,]-\infty, 0]$ dell'equazione $f(x) = \alpha$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.