

Esame di Analisi matematica I - 12 CFU : esercizi
A.a. 2012-2013, sessione invernale, III appello

Corso: prof. OMARI prof. CUCCAGNA

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si studi il carattere della serie di numeri complessi $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^n + i3^n}{2^n + i\pi^n}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si determini l'insieme di numeri complessi $E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \left(\frac{z + i\bar{z}}{iz - \bar{z}} \right) = i \right\}$ e si rappresenti nel piano di Gauss il suo complementare CE .

(ii) Si stabilisca se

- E è aperto:

- E è chiuso:

- E è limitato:

- CE è aperto:

- CE è chiuso:

- CE è limitato:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| & \text{se } x \leq 0, \\ \int_x^{2x} \frac{\sinh t}{t} dt & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Si determinino

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x} =$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• $f'_s(0) =$

$f'_d(0) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

• il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$f_\alpha(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{1+x^\alpha}$$

(i) Si calcoli, per ogni $y > 1$, $\int_1^y f_\alpha(x) dx$.

(ii) Si determinino gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che f_α è integrabile in senso generalizzato sull'intervallo $[1, +\infty[$ e in corrispondenza si calcoli $\int_1^{+\infty} f_\alpha(x) dx$.