

## Esame di Analisi matematica I - 12 CFU : esercizi

A.a. 2011-2012, sessione invernale, I appello

Corso:      prof. OMARI          prof. CUCCAGNA    

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.** Si ponga, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

$$f_\alpha(x) = 2 \frac{(2+x)^\alpha - 2^\alpha}{\log(1+x^\alpha)} (\sin x)^{\alpha-1}.$$

Si determini, giustificando la risposta,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_\alpha(x)$ .

**ESERCIZIO N. 2.**

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme

$$E = \{z \in \mathbb{C} : |z - \bar{z}| \leq |z + \bar{z}|, 1 < z\bar{z} < 4\}.$$

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$ :

- l'insieme dei punti interni di  $E$ :

- l'insieme dei punti di frontiera di  $E$ :

(iii) Si dica se

- $E$  è chiuso:

- $E$  è aperto:

- $E$  è limitato:

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si ponga, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$a_n = \int_n^{n+1} \frac{x}{x^3 + x^2 + x + 1}$$

Si determinino, giustificando le risposte,

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

- $\text{ord}_{+\infty} a_n$

- $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$

**ESERCIZIO N. 4.** Si ponga, per  $x > -\frac{1}{2}$ ,

$$f(x) = \int_{2x}^1 \log(1+t) dt.$$

(i) Si determinino, giustificando le risposte,

- $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x)$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ii) Si determinino

- $f'(x)$

- i segni di  $f'$ :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi di  $f$ :

- i segni di  $f$ :

(iii) Si provi che  $f$  è concava.

(iv) Si determini il numero delle soluzioni  $x \in ]-\frac{1}{2}, +\infty[$  dell’equazione  $f(x) = \alpha$ , al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .