Analisi Matematica I : II prova intermedia
A.a. 2010–11

Corso: **prof. CUCCAGNA** ◯ **prof. OMARI** ◯

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso __________ **Laurea in Ingegneria** ______________________

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme dei numeri complessi z tali che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1+\bar{z}}{i+2z} \right)^n .$$

è assolutamente convergente.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \log(1-x) & \text{se } x < 0, \\ \dfrac{e^{-x}}{1+e^{x}} & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad F(x) = \int_0^x f(t)dt.$$

(i) Si determini, giustificando la risposta, $\lim_{x\to-\infty} F(x)$.

(ii) Si calcoli $\lim_{x\to+\infty} F(x)$.

COGNOME e NOME ____

(iii) Si determinino

- $F'(x) =$
- $F'_s(0) =$
- $F'_d(0) =$
- i punti di annullamento e i segni di F':
- gli intervalli dove F è crescente o decrescente:
- gli estremi relativi di F:

(iv) Si provi che F si annulla esattamente in due punti.

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \int_{2x}^{x} \left(\int_{0}^{2t} e^{s^2}\, ds \right) dt.$$

(*i*) Si calcolino

• $f'(x) =$

• $f''(x) =$

• $f'''(x) =$

(*ii*) Si calcoli il polinomio approssimante di Taylor-Maclaurin di ordine 2 $p_{2,0}(x)$ di f.

(*iii*) Si determinino, giustificando la risposta,

• $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} =$

• $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} =$

• $\lim_{x \to 0^{\pm}} \frac{f(x)}{x^3} =$

(*iv*) Si studino i segni di $f(x) - p_{2,0}(x)$.