Analisi Matematica I : II prova intermedia
A.a. 2010–11

Corso: **prof. CUCCAGNA** ◯ **prof. OMARI** ◯

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso __________ **Laurea in Ingegneria** ______________________________

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme dei numeri complessi z tali che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1+2\bar{z}}{z+i}\right)^n.$$

è assolutamente convergente.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{(1-x)(1+x^2)} & \text{se } x \le 0, \\ (x^3 - x^2)e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x > 0 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad F(x) = \int_0^x f(t)dt.$$

(*i*) Si calcoli $\lim_{x \to -\infty} F(x)$.

(*ii*) Si determini, giustificando la risposta, $\lim_{x \to +\infty} F(x)$.

COGNOME e NOME ______________________________

(*iii*) Si determinino

• $F'(0) =$

• $F'(x) =$

• i punti di annullamento e i segni di F':

• gli intervalli dove F è crescente o decrescente:

• gli estremi relativi di F:

(*iv*) Si provi che F si annulla esattamente in due punti.

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \int_{2x}^{x} \left(\int_{0}^{2t} e^{s^2}\, ds \right) dt.$$

(i) Si calcolino

• $f'(x) =$

• $f''(x) =$

• $f'''(x) =$

(ii) Si calcoli il polinomio approssimante di Taylor-Maclaurin di ordine 2 $p_{2,0}(x)$ di f.

(iii) Si determinino, giustificando la risposta,

• $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} =$

• $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x^2} =$

• $\lim_{x\to 0^{\pm}} \dfrac{f(x)}{x^3} =$

(iv) Si studino i segni di $f(x) - p_{2,0}(x)$.