

Analisi Matematica I : I prova intermedia

A.a. 2010–11

Corso:	prof. OMARI	<input type="radio"/>	prof. CUCCAGNA	<input type="radio"/>	
COGNOME e NOME	_____			N. Matricola	_____
Anno di Corso	_____	Laurea in Ingegneria	_____		

ESERCIZIO N. 1. In quanti modi si possono estrarre 5 carte da un mazzo di 40 così che fra le 5 carte compaiano esattamente 1 asso e almeno 4 carte di danari?

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme E dei numeri complessi z tali che

$$\begin{cases} |z + i| \geq |z + 1| \\ \Re z \geq z\bar{z}, \end{cases}$$

dove \bar{w} indica il coniugato, $|w|$ indica il modulo e $\Re w$ indica la parte reale del numero complesso w .

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti di frontiera di E :

(iii) Si stabilisca se

- E è aperto:
- E è chiuso:
- E è limitato:
- E^c (il complementare di E nel piano complesso) è aperto:
- E^c è chiuso:
- E^c è limitato:

COGNOME e NOME _____

ESERCIZIO N. 3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{\cos x} - 1}{x(2^x - 1)} & \text{se } x < 0, \\ \frac{1}{x} + \log_{\frac{1}{2}} x & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino, facendo uso dei limiti notevoli,

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(ii) Si provi che per ogni $y \in \mathbb{R}$ l’equazione $f(x) = y$ ha una e una sola soluzione $x > 0$.

(iii) Si determinino gli estremi inferiore e superiore di $f|_{[1,2]}$, specificando se sono minimo e massimo.

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} x_{n+1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}x_n \\ x_0 = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

(i) Si provi per induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$,

• $x_n < \frac{2}{3}$:

• $x_{n+1} - x_n > 0$:

(ii) Si provi che esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ e lo si calcoli.