

**Analisi Matematica I : I prova intermedia**

**A.a. 2010–11**

<b>Corso:</b> <b>prof. OMARI</b> <input type="radio"/> <b>prof. CUCCAGNA</b> <input type="radio"/>
<b>COGNOME e NOME</b> _____ <b>N. Matricola</b> _____
<b>Anno di Corso</b> _____ <b>Laurea in Ingegneria</b> _____

**ESERCIZIO N. 1.** In quanti modi si possono estrarre 5 carte da un mazzo di 40 così che fra le 5 carte compaiano esattamente 3 assi e al più 1 carta di danari?

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

## ESERCIZIO N. 2.

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme  $E$  dei numeri complessi  $z$  tali che

$$\begin{cases} |z - 1| < |z - i| \\ z\bar{z} \leq 2 \Re z, \end{cases}$$

dove  $\bar{w}$  indica il coniugato,  $|w|$  indica il modulo e  $\Re w$  indica la parte reale del numero complesso  $w$ .

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$ :
  
- l'insieme dei punti interni di  $E$ :
  
- l'insieme dei punti di frontiera di  $E$ :

(iii) Si stabilisca se

- $E$  è aperto:
- $E$  è chiuso:
- $E$  è limitato:
- $E^c$  (il complementare di  $E$  nel piano complesso) è aperto:
- $E^c$  è chiuso:
- $E^c$  è limitato:

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - \sqrt[5]{1+x^2}}{x(1-3^x)} & \text{se } x < 0, \\ \frac{1}{x} - \operatorname{arctg} x & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino, facendo uso dei limiti notevoli,

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(ii) Si provi che per ogni  $y > -\frac{\pi}{2}$  l’equazione  $f(x) = y$  ha una e una sola soluzione  $x > 0$ .

(iii) Si determinino gli estremi inferiore e superiore di  $f|_{]0,1]}$ , specificando se sono minimo e massimo.

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 + \frac{1}{3}x_n \\ x_0 = 2. \end{cases}$$

(i) Si provi, per induzione che, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,

•  $x_n > \frac{3}{2}$ :

•  $x_{n+1} - x_n < 0$ :

(ii) Si provi che esiste  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$  e lo si calcoli.