

Analisi Matematica I : I prova intermedia

A.a. 2010–11

Corso: prof. OMARI <input type="radio"/> prof. CUCCAGNA <input type="radio"/>
COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____
Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. In quanti modi si possono estrarre 5 carte da un mazzo di 40 così che fra le 5 carte compaiano esattamente 2 assi e al più una carta di danari?

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme E dei numeri complessi z tali che

$$\begin{cases} |z - i| > |z + 1| \\ z\bar{z} \leq \Re z, \end{cases}$$

dove \bar{w} indica il coniugato, $|w|$ indica il modulo e $\Re w$ indica la parte reale del numero complesso w .

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti di frontiera di E :

(iii) Si stabilisca se

- E è aperto:
- E è chiuso:
- E è limitato:
- E^c (il complementare di E nel piano complesso) è aperto:
- E^c è chiuso:
- E^c è limitato:

COGNOME e NOME _____

ESERCIZIO N. 3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1 + \sin x} - e^x}{\log(1 + |x|)} & \text{se } x < 0, \\ \sinh x - \frac{1}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino, facendo uso dei limiti notevoli,

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(ii) Si provi che per ogni $y \in \mathbb{R}$ l’equazione $f(x) = y$ ha una e una sola soluzione $x > 0$.

(iii) Si determinino gli estremi inferiore e superiore di $f|_{]0,1]}$, specificando se sono minimo e massimo.

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} x_{n+1} = \frac{1}{3}(1 + x_n) \\ x_0 = 0. \end{cases}$$

(i) Si provi per induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$,

- $x_n < \frac{1}{2}$:

- $x_{n+1} - x_n > 0$:

(ii) Si provi che esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ e lo si calcoli.