

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2008-2009, sessione estiva, I appello

Corso: OMARI <input type="radio"/> TIRONI <input type="radio"/>	
COGNOME e NOME _____	N. Matricola _____
Anno di Corso _____	Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi : 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/>	

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\Re \left(\frac{i \bar{z}}{i + z} \right) \leq 0,$$

dove $\Re z$ e \bar{z} indicano rispettivamente la parte reale e il coniugato del numero complesso z .

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si considerino gli insiemi di numeri reali

$$A = \left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \quad \text{e} \quad B = \{e^r : r \in \mathbb{Q}, r > 1\}.$$

(i) Si stabilisca, giustificando le risposte, se

- A e B sono classi separate:

- A e B sono classi contigue:

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di $A \cup B$:

- l'insieme dei punti isolati di $A \cup B$:

- l'insieme dei punti di frontiera di $A \cup B$:

(iii) Si dica se esistono $\min A$, $\max A$, $\min B$, $\max B$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(\sin x)}}{\sin(x \sin x)}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Sia

$$f(x) = \frac{x}{|x-1|} + \log x$$

(i) Si determinino

• il dominio di f :

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $f(x) = \alpha$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si consideri, per $x > 0$, la funzione

$$f(x) = \frac{x^{\log 2}}{6^{\log x}}.$$

(i) Si dimostri che, per ogni $a > 0$ e $b > 0$, $a^{\log b} = b^{\log a}$.

(ii) Si determini una primitiva di f su $]0, +\infty[$.

(iii) Si calcoli l'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} f(x) dx$.

ESERCIZIO N. 6. Si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} - \operatorname{arctg} n}{n^3 + 1}.$$

(i) Si provi che la serie è assolutamente convergente.

(ii) Si determini N in modo che la ridotta s_N approssimi la somma s a meno di 10^{-3} .