

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
A.a. 2008-2009, sessione invernale, III appello

Corso:      OMARI <input type="radio"/> TIRONI <input type="radio"/>	
COGNOME e NOME _____	N. Matricola _____
Anno di Corso _____	Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi :                      1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/>	

**ESERCIZIO N. 1.** Un'urna contiene 4 palline bianche, 3 rosse e 2 verdi. In quanti modi si possono estrarre 3 palline dall'urna così che fra queste almeno una sia bianca e al più una sia rossa.

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri l’insieme di numeri reali

$$E = \left\{ \left| \frac{2i}{1+3i} \right|^m : m \in \mathbb{Z} \right\},$$

dove  $|z|$  indica il modulo del numero complesso  $z$ .

Si determinino, giustificando le risposte,

- $\lim_{m \rightarrow +\infty} \left| \frac{2i}{1+3i} \right|^m =$

- $\lim_{m \rightarrow -\infty} \left| \frac{2i}{1+3i} \right|^m =$

- l’insieme dei punti di accumulazione di  $E$ :

- l’insieme dei punti isolati di  $E$ :

- l’insieme dei punti interni di  $CE$ :

NB:  $CE$  indica il complementare di  $E$  in  $\mathbb{R}$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\frac{\pi}{2} + \arccos x}{\sqrt{1-x}} \left( 1 + \frac{\log(1-x)}{3x} \right).$$

(i) Si determinino, facendo uso dei limiti notevoli,

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

(ii) Si dimostri che  $f$  si annulla almeno in un punto  $x_0 \in ]0, 1[$ .

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = x|x| - 2x + \log|x|.$$

(i) Si determinino

• il dominio di  $f$ :

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$       •  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$       •  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$       •  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$       •  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $f'(x) =$

• i segni di  $f'$ :

• la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

•  $f''(x) =$

• i segni di  $f''$ :

• la concavità, la convessità, i punti di flesso di  $f$ :

(ii) Si dimostri che  $f$  si annulla esattamente in 3 punti.

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_x^{x^2} \sin(t^2) dt.$$

(i) Si determinino

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

- $f'''(x) =$

- il polinomio di Taylor-Maclaurin di ordine 3 di  $f$ :

- $\text{ord}_0 f =$

(ii) Si stabilisca se in 0

- $f$  è concava, o convessa, o ha un punto di flesso:

- $f$  è crescente, o decrescente: