

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2008-2009, sessione invernale, I appello

Corso: OMARI <input type="radio"/> TIRONI <input type="radio"/>	
COGNOME e NOME _____	N. Matricola _____
Anno di Corso _____	Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi :	1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/>

ESERCIZIO N. 1. Quante sono le targhe automobilistiche, costituite, nell'ordine, da due lettere, tre cifre e due lettere, che contengono solo vocali (A, E, I, O, U) diverse tra loro ed esattamente due cifre dispari diverse da 5.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = ([-\sqrt{2}, 1[\cap \mathbb{Q}^-) \cup \mathbb{N},$$

dove $\mathbb{Q}^- = \{x \in \mathbb{Q} : x < 0\}$.

(i) Si determinino

• $\sup E =$

• $\inf E =$

• l'insieme dei punti interni di E :

• l'insieme dei punti di accumulazione di E :

• l'insieme dei punti isolati di E :

• l'insieme dei punti di frontiera di E :

(ii) Si dica se esistono $\min E$ e $\max E$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Sia

$$f(x) = \exp\left(\frac{\log(\cos x)}{x^2}\right).$$

(i) Si determinino

• il dominio di f :

• le simmetrie di f :

(ii) Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(iii) Si calcoli, per ogni $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, $\lim_{x \rightarrow 2k\pi} f(x)$.

ESERCIZIO N. 4. Sia

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{|1-x^2|}}.$$

(i) Si determinino

• il dominio di f :

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell'equazione $f(x) = t$, al variare di $t \in \mathbb{R}$.

(iii) Si provi che $f|_{]-1,1[}$ è invertibile e si determini il dominio e l'espressione delle funzione inversa.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(1+x^2)^5}} dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Sia

$$f(x) = \int_{e^{-x^2}}^{e^x} \frac{\log t}{t} dt.$$

Si determinino

- il dominio di f :

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

- $f'''(x) =$

- $f''''(x) =$

- per ogni $n \in \mathbb{N}^+$, il polinomio $p_{n,0}$ di Taylor-Maclaurin di f :

- $\text{ord}_0 f =$