

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
A.a. 2006-2007, sessione invernale, II appello

Corso:      OMARI <input type="radio"/> TIRONI <input type="radio"/>	
COGNOME e NOME _____	N. Matricola _____
Anno di Corso _____	Laurea in Ingegneria _____
Si risolvano gli esercizi :            1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/>	

**ESERCIZIO N. 1.** Si determinino le soluzioni  $(u, v) \in \mathbb{C}^2$  del sistema di equazioni

$$\begin{cases} u + \bar{v} - i = 0 \\ v^2 + iu + 1 = 0, \end{cases}$$

dove  $\bar{v}$  indica il coniugato del numero complesso  $v$ .

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{(-1)^n + \sin(\pi/n) : n \in \mathbb{N}^+\}.$$

(i) Si determinino

•  $\inf E =$

•  $\sup E =$

• l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$ :

• l'insieme dei punti isolati di  $E$ :

• l'insieme dei punti di accumulazione di  $\mathcal{C}E$ :

(ii) Si stabilisca se esistono  $\min E$  e  $\max E$ .

NB:  $\mathcal{C}E$  indica il complementare di  $E$  in  $\mathbb{R}$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si ponga, per  $x \neq 0$ ,

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

e si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(\log(f(x))).$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(x-1) + \frac{x}{x-1}.$$

(i) Si determinino

• il dominio di  $f$ :

•  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $f'(x) =$

• i segni di  $f'$ :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

(ii) Si provi che  $f$  non si annulla in alcun punto del suo dominio.

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si calcoli l’integrale generalizzato

$$\int_0^1 x \frac{\sin \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si considerino, per  $x \geq 1$ , le funzioni

$$f(x) = \int_x^{x+1} t^t dt \quad \text{e} \quad g(x) = \int_1^x t^{t+1} dt.$$

(i) Si provi che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

(ii) Si provi che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ .

(iii) Si calcoli, facendo uso del teorema di de L'Hospital,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ .