

ALGEBRA 2
Esercizi 7 - 28 novembre 2022

1. Provare che il polinomio $x^5 + 15x^4 + 30x^2 + 45 \in \mathbb{Z}[x]$ è irriducibile.
2. Scrivere la scomposizione in fattori irriducibili del polinomio:

$$f(x) = 200x^2 + 1400x - 1600$$

sia in $\mathbb{Q}[x]$, sia in $\mathbb{Z}[x]$.

3. Trovare i fattori irriducibili (in $\mathbb{Q}[x]$) del polinomio:

$$x^4 + 2x^3 + 3x - 6.$$

4. Provare che $x^{101} + 100 \in \mathbb{Z}[x]$ è irriducibile (cercare di utilizzare il criterio di Eisenstein...)
5. Siano A e B due anelli, sia $f : A \rightarrow B$ un monomorfismo di anelli. Si supponga che A abbia caratteristica m . Qual è la caratteristica di B ? Vale lo stesso risultato se f non è iniettiva?
6. Trovare tutti i polinomi irriducibili di grado 2 di $\mathbb{Z}_3[x]$. Sfruttare poi questo risultato per provare che il polinomio $x^5 + x^3 + x + 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$ è irriducibile. In seguito a quest'ultimo risultato, si riesce a concludere che il polinomio $x^5 + x^3 + x + 1 \in \mathbb{Z}[x]$ è irriducibile?