Algebra 2

Esercizi 6 - 22 novembre 2021

1. Provare che il polinomio $x^5 + 15x^4 + 30x^2 + 45 \in \mathbb{Z}[x]$ è irriducibile.

2. Scrivere la scomposizione in fattori irriducibili del polinomio:

$$f(x) = 200x^2 + 1400x - 1600$$

   sia in $\mathbb{Q}[x]$, sia in $\mathbb{Z}[x]$.

3. Provare che $x^{101} + 100 \in \mathbb{Z}[x]$ è irriducibile (cercare di utilizzare il criterio di Eisenstein...)

4. Siano A e B due anelli, sia $f : A \longrightarrow B$ un monomorfismo di anelli. Si supponga che A abbia caratteristica m. Qual è la caratteristica di B? Vale lo stesso risultato se f non è iniettiva?

5. Sia K il campo $Q(\mathbb{Z}_2[x])$, cioè K è il campo i cui elementi sono frazioni del tipo: $f(x)/g(x)$ dove $f(x), g(x) \in \mathbb{Z}_2[x]$, $g(x) \neq 0$ (due elementi f/g e h/k di K sono uguali se $fk = gh$ in $\mathbb{Z}_2[x]$). Provare che K non è un campo perfetto (per esempio provare che non esiste in K un elemento il cui quadrato sia x).