Algebra 2

Esercizi 10 - 16 dicembre 2019

1. Nel campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali, si considerino i seguenti sottocampi: $K_1 = \mathbb{Q}[1+\sqrt{5}]$ e $K_2 = \mathbb{Q}[\sqrt{5}-3]$. Provare che $K_1 = K_2$.

2. Si consideri l'estensione di campi $L : K$. Provare che se $a \in L$ è algebrico su K, allora anche $a+1$ è algebrico su K. Se il polinomio minimo di a ha grado n, che grado ha il polinomio minimo di $a+1$?

3. Si fissi un numero naturale n. Provare che esiste un numero $a \in \mathbb{R}$ tale che ha il polinomio minimo su $\mathbb{Q}$ di grado n. Si può dire la stessa cosa per l'estensione $\mathbb{C} : \mathbb{R}$?

4. Si consideri l'estensione di campi $L : K$. Sia $a \in L$ e sia $g \in K[x]$ un polinomio monico e irriducibile, tale che $g(a) = 0$. Provare che g è il polinomio minimo di a su $\mathbb{Q}$.

5. Trovare il polinomio minimo di $\sqrt[3]{4}+2$ sul campo $\mathbb{Q}$;
   Trovare il polinomio minimo di $\sqrt{8}$ su $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$.