Algebra 2

Esercizi 10 - 13 dicembre 2018

1. Nel campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali, si considerino i seguenti sottocampi: $K_1 = \mathbb{Q}[1+\sqrt{5}]$ e $K_2 = \mathbb{Q}[\sqrt{5}-3]$. Provare che $K_1 = K_2$.
2. Si consideri l'estensione di campi $L : K$. Provare che se $a \in L$ è algebrico su $K$, allora anche $a+1$ è algebrico su $K$. Se il polinomio minimo di $a$ ha grado $n$, che grado ha il polinomio minimo di $a+1$?
3. Si fissi un numero naturale $n$. Provare che esiste un numero $a \in \mathbb{R}$ tale che ha il polinomio minimo su $\mathbb{Q}$ di grado $n$.
4. Si consideri l'estensione di campi $L : K$. Sia $a \in L$ e sia $g \in K[x]$ un polinomio monico e irriducibile, tale che $g(a) = 0$. Provare che $g$ è il polinomio minimo di $a$ su $\mathbb{Q}$.
5. Trovare il polinomio minimo di $\sqrt{8}$ su $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$.