

6 giugno 2017

**Corso di laurea in Geologia**  
**Istituzioni di matematiche B**  
**a.a. 2016–17**  
**II prova intermedia**

ESERCIZI

Risolvere, a scelta, un esercizio in ognuno dei seguenti 4 gruppi di due esercizi:

1. Determinare il dominio della seguente funzione:

(a)  $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)},$

(b)  $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2}{y+1}}$

2. Determinare il gradiente della seguente funzione:

(a)  $f(x, y) = y^2 e^{-x},$

(b)  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2).$

3. Determinare i punti critici della seguente funzione:

(a)  $f(x, y) = y^2 e^{-x},$

(b)  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2).$

4. Calcolare il seguente integrale doppio:

(a)

$$\iint_D \frac{\sin y^2}{y} dx dy,$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y^2, \sqrt{\pi} \leq y \leq \sqrt{2\pi}\}$

(b)

$$\iint_D \frac{1}{(x+y)^2} dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 4\}$

PARTE TEORICA

Rispondere alle seguenti domande:

1. Data una funzione  $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ , un punto  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  e un numero reale  $a$ , dire cosa significa che

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x, y) = a.$$

2. Enunciare il “Teorema di classificazione dei punti critici di una funzione mediante il suo Hessiano”.