

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
a.a. 2016–17
Scritto 6 giugno 2017

Scegliere gli esercizi da risolvere in accordo con il seguente schema:

	modulo A 6 cfu	modulo B 6 cfu	modulo B 3 cfu	mod. A + mod. B 12 cfu
Geol.	tema a 1, 2, 3, 4, 5	tema b 6, 7, 8, 11, 12	-	tema c 1, 4, 5, 6 8, 9, 11, 12
STAN	tema a 1, 2, 3, 4, 5	-	tema d 6, 7, 8	tema c 1, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12

Nome:	Cognome:
Anno di Corso:	Esame di:
Geologia o STAN?	CFU:
Indicare il tema scelto:	

Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.

ESERCIZI

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^4 + 4n^3 + 5n + 1}{3n^4 + 3n^2 - n + 3}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 5(-1)^n}{2n^2 + 2n + 1},$$

2. Calcolare i seguenti limiti (NON usare la regola di de l'Hospital):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(x) + 2 \sin(-x)}{\sin(5x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x}$$

3. Dato il vettore v del piano di coordinate $(3, 4)$, trovare i versori (cioè i vettori di modulo 1) ad esso ortogonali.

4. Dato il piano π di equazione $x+3y-2z-12=0$, trovare la retta ortogonale a tale piano passante per il punto $(1, 1, 2)$ e trovare poi il piano σ ortogonale a tale retta e passante per l'origine. In che relazione sono tra loro i piani π e σ ?

5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x \leq -1 \\ x & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ 2-x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

dire per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione è continua (conviene aiutarsi tracciando un grafico di f).

6. Dire dove la funzione $f(x) = 2e^x(x+1) - x^2 - 4x$ è definita e trovare i suoi punti di massimo e minimo (relativo ed assoluto).

7. Dire dove è definita la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x - 1}$$

dire dove è crescente, dove è decrescente e trovare tutti i suoi asintoti.

8. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{3x+2}{x^2+1} dx, \quad \int \frac{e^x}{e^x+1} dx, \quad \int (x+2) \sin(x) dx$$

9. Determinare il gradiente della seguente funzione:

$$f(x, y) = y^2 e^{-x}$$

10. Determinare il dominio della seguente funzione:

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2}{y+1}}$$

11. Determinare i punti critici della seguente funzione:

$$f(x, y) = y^2 e^{-x}$$

12. Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D \frac{1}{(x+y)^2} dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 4\}$.