

**Corso di laurea in Geologia**  
**Istituzioni di matematiche**  
**a.a. 2015–16**  
**Scritto 19 luglio 2016**

Scegliere gli esercizi da risolvere in accordo con il seguente schema:

	modulo A 6 cfu	modulo B 6 cfu	modulo B 3 cfu	mod. A + mod. B 12 cfu	mod. A + mod. B 9 cfu
Geol.	tema <b>a</b> 1, 2, 3, 4, 5	tema <b>b</b> 6, 7, 11, 12	tema <b>c</b> 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16	tema <b>d</b> 1, 3, 5, 6, 11, 12	- - -
STAN	tema <b>a</b> 1, 2, 3, 4, 5	- -	tema <b>e</b> 6, 7	tema <b>d</b> 1, 3, 5, 6, 11, 12	tema <b>f</b> 1, 3, 5, 6, 7

Nome:

Cognome:

Anno di Corso:

Esame di:

Geologia o STAN?

CFU:

Indicare il tema scelto:

**Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.**

ESERCIZI

1. Usando la **definizione** di limite, verificare che vale:

$$\lim_{x \rightarrow 1} 3x - 2 = 1$$

2. Calcolare i seguenti limiti (giustificare la risposta):

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + \sin(4n + 1)}{n + 1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^3 + 4n^2 + n - 1}{6n^3 + n^2 + 3}$$

3. Calcolare i seguenti limiti (NON usare la regola di de l'Hospital):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{1 - \cos(2x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{4x}\right)^{3x}$$

4. Dato il piano  $\pi$  di equazione:

$$\begin{cases} x &= -\frac{3}{2}\lambda - 2\mu - 1 \\ y &= \lambda \\ z &= \mu \end{cases}$$

trovare l'equazione della retta ortogonale a  $\pi$  e passante per il punto  $(0, 0, 2)$ .

5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x \leq 0 \\ 2 - x & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

dire per quali  $x \in \mathbb{R}$  la funzione è continua (conviene aiutarsi tracciando un grafico di  $f$ ).

6. Studiare il grafico della funzione  $f(x) = -x^2 + 2(x^2 + 2x) \log(x + 2)$

7. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x+2}{x^2+1} dx, \quad \int \frac{x^2}{x^3+1} dx, \quad \int x e^{2x} dx$$

8. Scrivere il polinomio di Taylor di grado 4 e punto iniziale  $x_0 = 0$  di  $f(x) = x \cos(x)$ .

9. Trovare l'inverso dei seguenti numeri complessi:  $2 + \sqrt{5}i$ ,  $(1, -2\sqrt{2})$ .

10. Data la funzione  $f(x, y) = 2x^3y + \sin(xy)$  e il vettore  $u = (3, 4)$ , calcolare  $\frac{\partial f}{\partial v}$ , dove  $v$  è il versore che ha la stessa direzione e verso di  $u$ .

11. Trovare i punti di massimo, di minimo e di sella della funzione:  $f(x, y) = x^2 + y^3 - 2xy$ .

12. Calcolare

$$\iint_D (x + 2y) dx dy$$

dove  $D$  è il trapezio che ha per vertici i punti di coordinate  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(0, 1)$ .

13. Dire come è definita la norma di un numero complesso.

14. Dire come è definito il gradiente di una funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  e che proprietà ha il gradiente di  $f$  nel punto  $(x_0, y_0)$  rispetto alla curva di livello di  $f$  passante per tale punto.

15. Sia  $D \subseteq \mathbb{R}^2$  un dominio normale rispetto all'asse  $x$ . Sia  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Quale formula si conosce per calcolare  $\iint_D f(x, y) dx dy$ ?

16. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua con derivate parziali prime e seconde continue. Come è definita la matrice hessiana di  $f$ ?