

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
a.a. 2017–18
Scritto 17 luglio 2018

Scegliere gli esercizi da risolvere in accordo con il seguente schema:

	modulo A 6 cfu	modulo B 6 cfu	modulo B 3 cfu	mod. A + mod. B 12 cfu
Geol.	tema a 1, 2, 3, 4, 5	tema b 6, 7, 8, 9, 10	tema c 9, 10, 11, 12	tema c 1, 4, 5, 6 8, 9, 10
STAN	tema a 1, 2, 3, 4, 5	-	tema e 6, 7, 8	tema d 1, 4, 5, 6, 7, 8

Nome:

Cognome:

Anno di Corso:

Esame di:

Geologia o STAN?

Indicare il tema scelto:

Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.

ESERCIZI

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos(n+2)}{3n+1}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2+1}.$$

2. Calcolare i seguenti limiti (NON usare la regola di de l'Hospital):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{\sin(8x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x/2)(x^3 - x^2 + 2x - 2)}{x^3 - 1}$$

3. Dati i vettori $v_1 = (3, 2, -1)$ e $v_2 = (1, 1, 1)$, trovare tutti i vettori w dello spazio ortogonali sia a v_1 sia a v_2 .

4. Date le rette del piano di equazione:

$$\begin{cases} x = 3\lambda + 1 \\ y = -\lambda - 1 \\ z = 2\lambda \end{cases} \quad \begin{cases} x = \mu - 1 \\ y = 2\mu \\ z = 2\mu + 3 \end{cases}$$

trovare l'equazione del piano parallelo alle due rette e passante per il punto $(1, 0, -1)$.

5. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } |x| > 1 \\ a & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione è continua su tutto \mathbb{R} .

6. Dire dove la funzione $g(x) = x^2 - 2xe^x - 4x + 6e^x$ è definita, dove è derivabile e trovare i suoi punti di massimo e minimo (relativo ed assoluto).

7. Dire dove è definita la funzione:

$$f(x) = \frac{x - x^2}{x - 4}$$

dire dove è crescente, dove è decrescente e trovare tutti i suoi asintoti.

8. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int (\sin^2(x) + x + 1) dx, \quad \int \frac{x \log(x^2 + 2)}{x^2 + 2} dx, \quad \int \frac{x + 1}{3x^2 + 3} dx$$

9. Determinare il dominio e i punti critici della seguente funzione, classificandoli (massimo, minimo, sella, ...):

$$f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$$

10. Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2\}$.

11. Dare la definizione di derivata direzionale di una funzione in due variabili in un punto fissato lungo un vettore assegnato.

12. Eunciare il teorema che, sotto opportune ipotesi su una funzione $f(x, y)$ in due variabili, esprime la derivata direzionale di f (in un punto fissato lungo un vettore assegnato) in termini delle derivate parziali di f .