

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
a.a. 2014–15
Scritto 14 luglio 2015

Istruzioni per lo svolgimento:

Gli studenti dell'anno accademico 2014/15 che hanno superato il test intermedio, devono svolgere gli esercizi 4, 5, 6, 7, 8.

Gli studenti dell'anno accademico 2014/15 che non hanno superato il test intermedio, devono svolgere gli esercizi 1, il primo di 2 – a), il primo di 2 – b), 4, 5, 6, 7, 8.

Gli studenti degli anni accademici precedenti che devono superare l'esame di complementi di matematiche, devono svolgere gli esercizi 4, 5, 6, 7, 8.

Gli studenti degli anni accademici precedenti che devono superare l'esame di istituzioni di matematiche, devono svolgere gli esercizi 1, 2, 3.

Nome:

Cognome:

Anno di Corso:

Esame di:

Indicare gli esercizi che si dovrebbero svolgere:

Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.

1. Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < -4 \\ |x| - 2 & \text{se } -4 \leq x < 1 \\ x^2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

tracciare un disegno approssimativo di $f(x)$ e dire in quali punti di \mathbb{R} la funzione è continua e perché.

2. Calcolare i seguenti limiti (senza usare la regola di de l'Hopital):

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2x - 2)}{\sin(3x - 3)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + 7x + 1}{9(x^2 - 1)(x^2 + 1)}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \cos(3x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3 \cos(2x)}{x^2 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 4})$$

3. Sia $f :]1, 4[\rightarrow \mathbb{R}$ data da:

$$f(x) = \frac{2x}{(x - 1)(x - 5)(x + 6)}$$

Dire per quali valori di $x \in]1, 4[$ la funzione è continua e giustificare la risposta.

4. Usando *la definizione* calcolare la derivata della funzione $f(x) = x^2 + x - 1$ nel punto $x_0 = 1$.
5. Data la funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da: $g(x) = e^x(x^3 + x^2 + x - 1)$, trovare i suoi massimi e minimi relativi.
6. Data la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - 3x + 1$, trovare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto di coordinate $(1, 2)$.
7. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int 4x \cos(x^2 + 1) dx; \quad \int (x + 1)e^x dx; \quad \int e^x e^{x+1} dx.$$

8. Sia $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \pi/2\}$. Calcolare:

$$\iint_D x \sin(y) dx dy$$