

**Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
a.a. 2016–17
Scritto 7 febbraio 2017**

Istruzioni per lo svolgimento:

Il **tema A** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Il **tema B** è costituito dagli esercizi 8, 9, 10, 11.

Il **tema C** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 6, 7, 8, 10.

Il **tema D** è costituito dagli esercizi 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11.

Gli studenti dell'anno accademico 2016/17 devono svolgere il tema A. Gli altri studenti riceveranno istruzioni.

Nome:

Cognome:

Esame di:

Geologia o STAN?

Indicare il tema scelto:

Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.

ESERCIZI

1. Enunciare il teorema degli zeri.
2. Dare la definizione di punto di massimo locale di una funzione.
3. Dare la definizione di funzione strettamente decrescente in un intervallo.
4. Usando il metodo di Gauss-Jordan, risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x + 4y - 2z = 2 \\ 2x - y - z = -2 \\ y - 4z = -3 \end{cases}$$

5. Trovare l'equazione cartesiana del piano passante per il punto $(0, 1, 1)$ e parallelo ai vettori $v_1 = (-1, 1, 3)$ e $v_2 = (0, 1, 2)$.
6. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n \cdot \cos(n) + 3n^2}{n^2 + 1} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^3 + 4n + 5}{5n^3 + 3n + 1}$$

7. Calcolare i seguenti limiti di funzioni (non è consentito usare l'Hospital):

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - x^4}{x^2 - 4}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{5x}$$

8. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = (2x - 12) \log(x - 6) - x; \quad g(x) = -3x \cos(3x) + \sin(3x)$$

e rispondere alle seguenti domande:

- (a) Quali sono i punti di massimo e minimo di f ?
- (b) Dove è definita f ?
- (c) Quali sono i punti di massimo e minimo di g nell'intervallo $[-\pi, \pi]$?
9. Data la funzione $f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - y^2$, calcolare il gradiente di f e la sua matrice hessiana. Sapendo poi che il punto $(0, 0)$ è un punto di sella, ci sono altri punti di sella per f ?
10. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int x e^{2x} dx, \quad \int \frac{4x + 1}{x^2 + 1} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{3x + 1} dx.$$

11. Sia $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 4\}$. Calcolare:

$$\iint_D x^2 y \, dx \, dy$$