

**Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
a.a. 2017–18
Scritto 6 febbraio 2018**

Istruzioni per lo svolgimento:

Il **tema A** è costituito dagli esercizi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Il **tema B** è costituito dagli esercizi 8, 9, 10, 11.

Il **tema C** è costituito dagli esercizi 4, 5, 6, 7, 8, 10.

Il **tema D** è costituito dagli esercizi 6, 7, 8, 10.

Gli studenti dell'anno accademico 2017/18 devono svolgere il tema A. Gli altri studenti riceveranno istruzioni.

Nome:

Cognome:

Anno di Corso:

Esame di:

Geologia o STAN?

Indicare il tema scelto:

Allegare il presente foglio all'elaborato consegnato.

ESERCIZI

1. Dare la definizione di punto di massimo relativo per una funzione.
2. Enunciare il teorema del confronto per limiti di funzioni.
3. Dare la definizione di: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (specificando anche le ipotesi necessarie sulla funzione f).
4. Risolvere (con il metodo di Gauss-Jordan) il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

5. Data la retta passante per il punto $(0, 1, 1)$ e parallela al vettore $v = (1, -1, 3)$, trovare l'equazione cartesiana del piano ortogonale a tale retta e passante per il punto $(2, 0, -1)$.
6. Calcolare i seguenti limiti di successioni (fornendo una breve giustificazione della risposta):

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + n - 5}{\sqrt{5n^4 + 1}} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{4n}$$

7. Calcolare i seguenti limiti di funzioni (senza usare l'Hopital):

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{8x^2 - x^5}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x) + \sin(3x)}{2x}$$

8. Calcolare la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = (3x - 7)e^{3x}$$

e rispondere alle seguenti domande:

- (a) Dove è positiva $f(x)$?
- (b) Quali sono i punti di massimo e minimo di f (e perché)?
- (c) per quali valori di x la funzione f è continua e perché?

9. Data la funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 - 9x - 3y$$

trovare i suoi punti di massimo relativo, di minimo relativo e di sella.

10. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x+1}{x^2+1} dx, \quad \int x \sin(2x) dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{3+x} dx.$$

11. Sia $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$. Calcolare:

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy$$