Università degli Studi di Trieste
Dipartimento di Matematica e Geoscienze
a.a. 2015–16

Istituzioni di Matematiche B
Corsi di studio: Geologia e, parzialmente, S.T.A.N.
6 c.f.u.

docente: Alessandro Logar

Teoremi sulle funzioni continue. Il teorema degli zeri per funzioni continue (se f è una funzione continua in $[a, b]$ e se $f(a) < 0$ e $f(b) > 0$ (o viceversa), allora esiste almeno uno zero di f in $]a, b[$. Tale zero si può calcolare con l'approssimazione voluta usando il metodo dicotomico. Massimi e minimi locali e globali per funzioni definite in un intervallo. Teorema di Weierstrass per le funzioni continue (una funzione continua in un intervallo $[a, b]$ ha sempre massimo e minimo assoluto). Teorema dei valori intermedi (se $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ è continua e se m e M sono il minimo e il massimo che f assume in $[a, b]$, allora $f(x)$ assume tutti i valori possibili tra m ed M).
Derivata di una funzione. Definizione di derivata di una funzione. Significato geometrico della derivata (la derivata di una funzione in un punto coincide con il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione in quel punto). Significato fisico della derivata (la velocità e l'accelerazione). Derivata di una funzione in un punto e in un intervallo. La funzione derivata. Alcuni esempi (usando la definizione di derivata): la derivata della funzione costante, la derivata della funzione $f(x) = x$ e $f(x) = 1/x$.
Regole di derivazione: la derivata della somma, del prodotto e del rapporto di due funzioni (le prime due con dimostrazione). La derivata della funzione x^n. Regola di derivazione della composizione di due funzioni. Esempi: calcolo della derivata di un polinomio e di una frazione di polinomi. Derivata della funzione logaritmo (con dimostrazione). Derivata delle funzioni seno, coseno, tangente. Derivata delle funzioni inverse (e^x, $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\mathrm{arctang}(x)$, le prime due con dimostrazione). Derivate della funzione esponenziale (con base qualunque) e della funzione potenza.
Applicazioni delle derivate. Richiamo sui punti di massimo e minimo locale e assoluto. Teorema di Fermat: se una funzione f è derivabile in un punto di massimo o minimo relativo, allora la derivata vale zero (cenno di dimostrazione). Teorema di Rolle (se f è continua in $[a, b]$ e derivabile in $]a, b[$ e se $f(a) = f(b)$, allora esiste un punto in $]a, b[$ dove la derivata vale zero—cenno di dimostrazione). Teorema di Lagrange (se f è continua in $[a, b]$ e derivabile in $]a, b[$, allora esiste almeno un $c \in]a, b[$ tale che $f'(c) = (f(b) - f(a))/(b - a)$). Una conseguenza del teorema di Lagrange: se una funzione ha derivata nulla in un intervallo, allora è una funzione constante. Funzioni crescenti, strettamente crescenti, decrescenti, strettamente decrescenti. Una funzione derivabile è crescente in un intervallo se e solo se ha derivata non negativa. Analogamente per le funzioni decrescenti. Se una funzione ha derivata positiva in un intervallo,

allora è strettamente crescente in quell'intervallo (ma non viceversa). Utilizzo del teorema di Lagrange per dare un cenno di dimostrazione di questi risultati. Derivate successive. Legame tra punti di massimo e minimo relativo e derivata prima e seconda di una funzione. Regola di de l'Hospital per il calcolo di limiti di forme indeterminate. Asintoti orizzontali, verticali e obliqui al grafico di una funzione. Studio del grafico di una funzione.
Formula di Taylor.
Calcolo integrale. Integrali definiti. Il problema dell'area. Definizione di integrale secondo Riemann (o integrale definito). Le funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato, sono integrabili secondo Riemann (senza dimostrazione). Proprietà degli integrali definiti. Funzioni primitive e definizione di integrale indefinito. Due funzioni primitive differiscono per una costante. Teorema fondamentale del calcolo integrale (con cenno di dimostrazione). Utilizzo del teorema per calcolare aree. Alcune regole per il calcolo di primitive. Integrazione per parti.

Funzioni di due variabili. Funzioni di due variabili reali: definizione, dominio, immagine, grafico, curve di livello. Limiti di funzioni di due variabili reali. Un esempio di non esistenza del limite di una funzione. Continuità. Derivate parziali e derivate direzionali. Vettore gradiente. Derivate direzionali in funzione del gradiente. Teorema del valor medio per funzioni di due variabili reali. Equazione del piano tangente al gafico di una funzione reale di due variabili reali. Punti critici. Piano tangente in un punto critico. Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwarz. Matrice hessiana e determinante hessiano. Criterio hessiano per la ricerca di estremi locali e punti di sella di funzioni di due variabili reali. Studio di funzioni di due variabili reali: dominio, punti critici, ricerca di estremi locali e selle con il criterio hessiano.
Integrale di Riemann di funzioni di due variabili reali. Formule di riduzione di integrali doppi.
Numeri complessi. Numeri complessi: definizione e loro proprietà. Rappresentazione cartesiana e polare. Il piano di Gauss, l'unità immaginaria. Modulo di un numero complesso.

Testi consigliati.

Michiel Bertsch, *Istituzioni di matematica*, Bollati Boringhieri.

Anna Maria Bigatti, Lorenzo Robbiano, *Matematica di base*, Casa editrice Ambrosiana.

Marco Abbate, *Matematica e Statistica, le basi per le scienze della vita*, McGraw-Hill.