

Programma preventivo del corso di **Analisi Matematica 1**

a.a. 2009/10

parte relativa ai 9 crediti comuni per i corsi di laurea in matematica e fisica

titolare del corso: prof. Daniele Del Santo

esercitatore: dott. Luca Rondi

Numeri reali.

Numeri razionali. Assiomi dei numeri reali. L'assioma di separazione. Maggioranti e minoranti, estremo superiore e inferiore. Teorema di esistenza dell'estremo superiore. Proprietà dell'estremo superiore. Funzione valore assoluto e sue proprietà. Disuguaglianza triangolare. Densità dei razionali nei reali. Archimedeità dei reali. Zeri di un polinomio, permanenza del segno per un polinomio, teorema degli zeri per un polinomio. Radici n-esime di numeri reali non negativi. Numeri naturali. Principio di induzione. I coefficienti binomiali e il teorema del binomio. Lo spazio \mathbf{R}^n : prodotto scalare, norma, distanza.

Cenni di topologia dei numeri reali.

Intorni, insiemi aperti e chiusi. Punti di accumulazione e di chiusura. Frontiera di un insieme. Insieme derivato e caratterizzazione degli insiemi chiusi tramite il derivato. Il teorema di Cantor sugli intervalli inscatolati. Il teorema di Bolzano-Weierstrass. Spazi metrici (cenni): intorni, insiemi aperti, insiemi chiusi. Interno, chiusura e frontiera di un insieme in uno spazio metrico.

Limiti di successioni.

Successioni di numeri reali. Definizione di limite, casi particolari di limiti finiti e infiniti. Sottosuccessioni. Prime proprietà dei limiti: unicità, permanenza del segno. Teorema del confronto e dei due carabinieri. Operazioni con i limiti. Teorema sul limite delle successioni monotone. Il limite fondamentale $\lim (1+1/n)^n$ e il limite fondamentale $\lim \sin(x_n)/x_n$ per $x_n \rightarrow 0$. Caratterizzazione dei chiusi tramite le successioni. Successioni e sottosuccessioni convergenti. Teorema di Weierstrass sulle successioni. Compatti di \mathbf{R} e loro caratterizzazione. Successioni di Cauchy. Completezza di \mathbf{R} .

Limiti di funzioni, funzioni continue

Funzioni tra spazi metrici. Limite di una funzione tra spazi metrici. Operazioni con i limiti. Formula di cambiamento di variabile. Teorema dei due carabinieri. Limiti delle restrizioni: limite destro e sinistro. Funzioni monotone. Funzioni continue. Somma, differenza, prodotto, quoziente, composizione di funzioni continue. Il teorema degli zeri. Continuità della funzione inversa. Potenze di base reale ed esponente intero e razionale. Potenze con esponente reale. Funzione esponenziale e funzione logaritmo. Le funzioni trigonometriche. Limiti notevoli per l'esponenziale, il logaritmo e le funzioni trigonometriche. Compattezza e funzioni continue. Massimi e minimi: il teorema di Weierstrass. Teorema di Heine.

Calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale

La derivata come limite del rapporto incrementale. Derivate successive. Regole di derivazione: somma, prodotto, quoziente, funzioni composte, inverse. Teoremi di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Regole di de l'Hopital. Caratterizzazione delle funzioni derivabili monotone, convesse e concave. Studi di funzione. Formula di Taylor con resto di Lagrange. Analiticità di alcune funzioni elementari.

Testi consigliati:

G. Prodi, *Analisi Matematica* Ed. Boringhieri

E. Giusti, *Analisi Matematica 1* Ed. Boringhieri

G. De Marco, *Matematica 1*, Ed. Decibel-Zanichelli

E. Giusti, *Esercizi e Complementi di Analisi Matematica vol.1* Ed. Boringhieri

E. Acerbi, L. Modica, S. Spagnolo, *Problemi Scelti di Analisi Matematica 1* Ed. Liguori