1. Siano $p(x)$: "x è francese", $q(y)$: "y è italiano" e $r(z)$: "z è biondo". Si interpretino gli enunciati

$$\forall x, p(x) \Longrightarrow r(x), \qquad \forall x, r(x) \wedge \neg p(x) \Longrightarrow q(x)$$

e le rispettive negazioni.

2. Si determini la negazione della proposizione

$$\forall x \in A,\ \exists y \in B:\ \forall z \in C,\ zy \geq 1 \Longrightarrow zx \leq 1.$$

3. Si scriva in luogo di ... il simbolo $\in$ oppure $\subseteq$

$$a \ldots \{a\},\ \{a\} \ldots \{a, b\},\ a \ldots \{a, \{a\}, b\},\ \emptyset \ldots \{a\},\ \{a, b\} \ldots \{b, a\},\ \emptyset \ldots \emptyset.$$

4. L'insieme A contiene 5 elementi, l'insieme B contiene 4 elementi e l'insieme C ne contiene 3. Quanti elementi contiene al massimol'insieme $A \cup B \cup C$? E al minimo? Stesse domande sapendo che $A \cap B$ contiene un solo elemento mentre $A \cup C$ ne contiene 6.

5. Sia A l' insieme $\{a, b, c, d\}$. Si consideri la relazione $\subseteq$ sull'insieme delle parti di A. È riflessiva? È simmetrica? È transitiva? È antisimmetrica? È una relazione di equivalenza? È una relazione d'ordine? È una relazione d'ordine totale?

6. Sia su $\mathbf{N}$ la relazione ρ cosìdefinita: $x\rho y$ significa "$x + y$ è pari". Si verifichi che è una relazione di equivalenza e si determini l'insieme quoziente $\mathbf{N}/\rho$.

7. Dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{a, b, c, d\}$ si dia un esempio di funzione $f_1 : A \to B$ non suriettiva e un esempio di funzione $f_2 : A \to B$ suriettiva; un esempio di funzione $g_1 : B \to A$ non iniettiva e un esempio di funzione $g_2 : B \to A$ iniettiva; .

8. Si consideri la funzione $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, $f(n) = n^2 + n + 1$. Si determinino $f(\{1, 2, 3\})$ e $f^{\leftarrow}(\{1, 2, 3\})$.

9. Siano $A = \{n \in \mathbf{N} :\ (\exists m \in \mathbf{N} : n = 3m)\}$ e $B = \{n \in \mathbf{N} :\ (\exists k \in \mathbf{N} : n = 4k + 1)\}$. Si dica se esistono ed eventualmente si determinino il minimo e il massimo di $C = A \cap \mathcal{C}_{\mathbf{N}} B$.

10. Sia $p(x, y)$ il predicato "il ragazzo x osserva la ragazza y". Si interpreti l' enunciato

$$\exists x :\ \forall y, \neg p(x, y)$$

e si esprima in formula e a parole la sua negazione.

11. Si determini la negazione della proposizione

"c'è un luogo d'Italia che ogni italiano conosce e ogni luogo d'Italia è noto a qualche italiano ".

12. Si consideri l'insieme $B = \{\emptyset, \{a\}\}$. Si determini $\mathcal{P}(B)$.

13. Siano A, B, C tre insiemi. Supponiamo $|A| = 7$, $|B| = 5$, $|C| = 6$, $|A \cap B| = 1$, $|A \cap C| = 2$, $|B \cap C| = 3$, $|A \cap B \cap C| = 1$. Quanti elementi contiene l'insieme $A \cup B \cup C$? .

14. Sia su $\mathbf{Q}$ la relazione ρ così definita: $a\rho b$ significa $a - b \in \mathbf{Z}$. Si dica se ρ è riflessiva, simmetrica, antisimmerica, transitiva. ρ è relazione di equivalenza? Se la risposta precedente è affermativa, chi è l'insieme quoziente?

15. Si considerino le funzioni $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, $n \mapsto n^2 + 1$, $g : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, $n \mapsto 3n + 2$. Si derminino $f \circ g$ e $g \circ f$. $f \circ g$ è iniettiva? $g \circ f$ è suriettiva?

16. Si consideri la funzione $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $h(x) = \sqrt{|x| + 1}$. Si determinino $h(\{1, 2, 3\})$ e $h^{\leftarrow}(\{1, 2, 3\})$.

17. Si scriva 565_{sette} in base *otto*.

18. Siano $p(x)$: "x è alto", $q(y)$: "y è felice" e $r(z)$: "z è fortunato". Si interpreti l' enunciato

$$\forall x, p(x) \Longrightarrow q(x) \vee r(x)$$

e la sua negazione.

19. Si determini la negazione della proposizione

"in ogni classe qualche ragazzo è bello oppure in qualche classe ogni ragazza è simpatica"

20. Si scriva in luogo di ... il simbolo $\in$ oppure $\subseteq$

$$b \ldots \{a, b\},\ \{b\} \ldots \{a, b\},\ \{a\} \ldots \{a, \{a\}, b\},\ \emptyset \ldots \mathcal{P}(\{a\}),\ \{a, b\} \ldots \{b, a\},\ \emptyset \ldots \emptyset.$$

21. L'insieme A contiene 4 elementi, l'insieme B contiene 5 elementi e l'insieme C ne contiene 4. Quanti elementi contiene al massimo l'insieme $A \cup B \cup C$? E al minimo? Stesse domande sapendo che $A \cap B$ contiene un solo elemento mentre $A \cup C$ ne contiene 7.

22. Sia su $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ la relazione ρ così definita: $(m, n)\rho(m', n')$ significa "$m + n' = m' + n$. Si dica se ρ è riflessiva, simmetrica, antisimmerica, transitiva. ρ è relazione di equivalenza, è relazione d'ordine?

23. Dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{a, b, c, d\}$ si dia un esempio di funzione $f : A \to B$ non suriettiva e un esempio di funzione $g : B \to A$ iniettiva; .

24. Si consideri la funzione $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, $f(n) = n^2 + 2n + 3$. Si determinino $f(\{1, 2, 3\})$ e $f^{\leftarrow}(\{1, 2, 3\})$.

25. Si scriva 457_{otto} in base *sette*.