

Esercizi n. 9

key words: Funzioni periodiche, serie di Fourier.

1) Si determini la serie di Fourier della cosiddetta *onda quadra*, cioè di

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [0, \pi[, \\ 0 & \text{se } x \in [\pi, 2\pi[, \end{cases}$$

prolungata per periodicità a tutto \mathbb{R} . Sfruttando il risultato precedente si determini la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}.$$

2) Si determinino le serie di Fourier di

$$f(x) = \begin{cases} A & \text{se } x \in [0, \pi[, \\ 0 & \text{se } x \in [\pi, 2\pi[, \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [0, \pi[, \\ -A & \text{se } x \in [\pi, 2\pi[, \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} A & \text{se } x \in [0, \pi[, \\ -A & \text{se } x \in [\pi, 2\pi[, \end{cases}$$

prolungate per periodicità a tutto \mathbb{R} .

3) Si determini la serie di Fourier della cosiddetta *onda a dente di sega*, cioè di

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi & \text{se } x \in [-\pi, 0[, \\ -x + \pi & \text{se } x \in [0, \pi[, \end{cases}$$

prolungata per periodicità a tutto \mathbb{R} .

4) Si determini la serie di Fourier di

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[, \\ 0 & \text{se } x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[, \end{cases}$$

prolungata per periodicità a tutto \mathbb{R} .