

Esercizi n.6

key words: Minimi e massimi liberi e vincolati. Vincolo in forma implicita ed esplicita. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

1) Si consideri la funzione $f(x, y) = y^2 + x^2y - y$. Si determinino il minimo e il massimo assoluti della funzione f ristretta al disco unitario

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2) Si consideri la funzione $f(x, y, z) = xy + xz + y^2$.

i) Si trovino i punti stazionari e si decida se sono massimi, minimi o di sella.

ii) Si determinino gli estremi di f sull'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

3) Si consideri la funzione $f(x, y) = 3x^2 + 4y^2 - 6x - 12$. Si determinino il minimo e il massimo assoluti della funzione f ristretta all'insieme

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 4 \leq 0\}.$$

4) Si consideri la funzione $f(x, y) = e^{xy}$. Si determinino il minimo e il massimo assoluti della funzione f ristretta all'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 3\}.$$

5) Si consideri la funzione $f(x, y, z) = z^2e^{xy}$. Si determinino il minimo e il massimo assoluti della funzione f ristretta all'insieme

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

6) Si consideri la funzione $f(x, y, z) = x^2 + \cos y$. Si determinino il minimo e il massimo assoluti della funzione f ristretta all'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + e^{z^2} = 10\}.$$

7) Si consideri la funzione $f(x, y, z) = \frac{y^2 - z^2}{1 + x^2}$. Si determinino il minimo e il massimo assoluti della funzione f ristretta all'insieme

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}.$$