

Esercizi n. 11

key words: Equazioni differenziali lineari. Equazione lineare e equazione lineare omogenea associata. Spazio delle soluzioni dell'omogenea associata. Soluzioni particolari. Matrice wronskiana. Equazioni lineari a coefficienti costanti.

1) Si trovino tutte le soluzioni delle seguenti equazioni differenziali

i) $u'' - 3u' + 2u = f(t)$,

ii) $u'' - u = f(t)$,

iii) $u'' - u' = f(t)$,

dove $f(t) = t^2, e^t, te^t, te^{-2t}, \cos t, t \sin t, e^{-t} \cos t, te^{-t} \cos t$.

2) Si trovino tutte le soluzioni delle seguenti equazioni differenziali

i) $u'' - u' + u = f(t)$,

ii) $u'' - 2u' + u = f(t)$,

iii) $u'' + 4u = f(t)$,

dove $f(t) = t^2, e^t, te^t, te^{-2t}, \cos t, t \sin t, e^{-t} \cos t, te^{-t} \cos t$.

3) Si trovino tutte le soluzioni delle seguenti equazioni differenziali

i) $u''' + u = f(t)$,

ii) $u''' - 6u'' + 12u' - 8u = f(t)$,

iii) $u^{(4)} + u = f(t)$,

dove $f(t) = t^2, e^t, te^t, te^{-2t}, \cos t, t \sin t, e^{-t} \cos t, te^{-t} \cos t$.

4) Si risolva l'equazione differenziale

$$x'' + \omega^2 x = 2 \sin(2t);$$

al variare di $\omega \in]0, +\infty[$.

5) Si trovino tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'' + 4u = \cos x + 1.$$

Si determinino i valori del parametro reale a per i quali tutte le soluzioni di

$$u'' + 4u = \cos(ax) + a$$

sono limitate in \mathbb{R} .