

**Università di Trieste, Facoltà di Scienze M. F. N.**  
**Esame di Analisi Matematica 1 (LT in Fisica e LT in Matematica)**  
**Trieste, 9 luglio 2009**

**ESERCIZIO N. 1.** Si calcolino i seguenti

$$\lim_n n \sin(\log(n+1) - \log n), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^2 - \cos x^2 - \sin x^2}{x^2},$$
$$\lim_n \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\frac{1}{(\log n)^2}}.$$

**ESERCIZIO N. 2.**

- i) Si studi la funzione  $f(x) = (2x + x^2)e^x$ .
- ii) Si dica, al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ , quante sono le soluzioni dell'equazione  $g_\lambda(x) = -\lambda + (2x + x^2)e^x = 0$ .
- iii) Si determini per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  la funzione  $h_\lambda(x) = -\lambda x + x^2 e^x$  è strettamente crescente.

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli il valore di

$$f(x) = \cos x \sin x$$

nel punto  $x = \frac{1}{10}$  con un errore inferiore a  $10^{-6}$ .

**ESERCIZIO N. 4. (LT in Fisica)**

- i) Si calcolino i seguenti

$$\int_2^3 \frac{x^2}{x^2 - 1} dx, \quad \lim_n n \int_{-\frac{1}{n}}^{\frac{1}{n}} \log(\cos x) dx.$$

- ii) Si calcoli  $f'(x)$  quando  $f(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} dt$ ,  $x > 1$ .

**ESERCIZIO N. 4. (LT in Matematica)**

Sia  $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 \in \mathbb{Q}, x_2 < 0, x_1^2 + 4x_2^2 \leq 4\}$ .

- i) Si determinino  $\bar{A}$ ,  $\mathring{A}$ ,  $\partial A$ ,  $\mathcal{D}A$ .
- ii) Si calcoli  $d = \sup_{x, y \in A} |x - y|$ .
- iii) Si determinino due successioni  $(x_n)_n, (y_n)_n$  a valori in  $A$  tali che

$$\lim_n |x_n - y_n| = d.$$