Esame di Analisi matematica I: esercizi

A.a. 2014-2015, sessione estiva, 8 giugno 2015, I appello

Corso prof. Cuccagna

COGNOME ______________________ **NOME** ______________________

N. Matricola ______________________ **Anno di corso** ______________________

ESERCIZIO N. 1. Per $p(x)$ un polionomio si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} p(x) + \sin(x) + e^x - 1 & \text{se } \ x > 0 \\ \\ 1 - \cos(x) & \text{se } \ x \leq 0. \end{cases}$$

(i) Si determini il $p(x)$ di grado minimo per il quale si ha $f \in C^2(\mathbb{R})$.

(ii) Si determini il $p(x)$ di grado minimo per il quale si ha $f \in C^{10}(\mathbb{R})$.

(iii) Si stabilisca se esiste un polinomio $p(x)$ per il quale si ha $f \in C^{\infty}(\mathbb{R})$.

ESERCIZIO N. 2. Si in $\mathbb{C}$ consideri l'equazione $z^5 + |z|^3 - |z|^2 + 1 = 0$.

(i) Si scriva l'equazione in coordinate polari e si consideri il sistema ottenuto distinguendo tra parte reale ed immaginaria

(ii) Si risolva l'equazione piu' semplice, sostituendo nella piu' difficile e si determinino tutte le soluzioni possibili

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri

$$f(x) = \begin{cases} \log(2) + \displaystyle\int_x^0 \frac{t}{1+t^4}dt & \text{se } x \le 0 \\ \displaystyle\int_x^{2x} \frac{t}{\log(1+t^2+t^4)}dt & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Si determinino (spiegando come si ottengono le risposte):

- $\lim_{x \to +\infty} f(x)$;

- $\lim_{x \to 0^+} f(x)$, in particolare si stabilisca se $f(x)$ e' continua in 0;

- Si calcoli $f'(x)$ o, eventualmente $f'_s(x)$ e $f'_d(x)$, dove sono definite;

- si verifichi che $f|_{\mathbb{R}_-} : \mathbb{R}_- \to f(\mathbb{R}_-)$ e' biettiva, con $f|_{\mathbb{R}_-}$ la restrizione di f in $\mathbb{R}_-$;

- si calcoli $g'(f(-1))$ per $g : f(\mathbb{R}_-) \to \mathbb{R}_-$ la funzione inversa di $f|_{\mathbb{R}_-}$.

ESERCIZIO N. 4.

(i) Si calcolino i polinomi di McLaurin $p_n(x)$ in 0 di $f(x) = x^2 \sin(x^2)$ per ogni $n \geq 0$.

(ii) Si determini il polinomio di McLaurin $p_n(x)$ con n minimo tale che $|f(x) - p_n(x)| < 10^{-10}$ per ogni $|x| \leq 10^{-1}$.