Esame di Analisi matematica I: esercizi

A.a. 2014-2015, sessione estiva, III appello 6 luglio 2015

Corso prof. Cuccagna

COGNOME ______________________	**NOME** ______________________
N. Matricola ______________________	**Anno di corso** ______________________

ESERCIZIO N. 1. Si consideri per $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definita da si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 \sin(1/x) + x\,(1 - \tanh(1/x)) & \text{se } x > 0, \\ (\cos(x) - 1) + b\sin(x) & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Si spieghino le risposte

(i) Si determinino i valori di (a,b) t.c. f e' continua in 0.

(ii) Per ogni (a,b) calcolare $f'_d(0)$, $f'_s(0)$ e si determini per quali valori di (a,b) esiste $f'(0)$.

(iii) Si determinino i valori di (a,b) t.c. $f \in C^1(\mathbb{R})$.

ESERCIZIO N. 2. Determinare i punti $z \in \mathbb{C}$ che soddisfano l'equazione $Im\left[i\frac{z+1}{z-1}\right] = 0.$

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri

$$f(x) = \begin{cases} \displaystyle\int_0^x \frac{1+2t}{(t^2+5t+6)}dt & \text{se } \; x \geq 0, \\ \displaystyle\int_x^{2x} \log(1-t^{-1})dt & \text{se } \; x < 0. \end{cases}$$

Si determinino (spiegando come si ottengono le risposte):

- $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$;

- Si dimostri che $f \in C^0(\mathbb{R})$;

- si determini dove $f'(x)$, $f'_d(x)$ e $f'_s(x)$ esistono e se esistono le si calcolino;

- si calcoli $f(1)$;

per $g : f(\mathbb{R}_+) \to \mathbb{R}_+$ l'inversa di $f|_{\mathbb{R}_+}$ si scriva l'equazione della retta tangente a $y = g(x)$ nel punto $((f(1), 1)$.

ESERCIZIO N. 4. Sia $f(x)$ tale che $f'(x) = \log(1 + x + x^2)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $f(0) = 0$.

(i) Calcolare il polinomio di McLaurin di $\log(1 + x + x^2)$ di ordine 4.

(ii) Calcolare il polinomio di McLaurin $p_5(x)$ di $f(x)$ di ordine 5.

(iii) Si approssimi $f(1/2)$ con un numero razionale facendo un errore minore di 2^{-10}.