Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione invernale, II appello

COGNOME ______________________ **NOME** ______________________

N. Matricola ______________________ **Anno di corso** ______________

Corso di S. CUCCAGNA

ESERCIZIO N. 1. Si consideri $F(x) = \int_2^x [t]^{-1} dt - \log x$ per $x \geq 2$ dove $[t] \in \mathbb{Z}$ è la parte intera di $t \in \mathbb{R}$ definita da $[t] \leq t < [t] + 1$.

(i) Si stabilisca se $F(x)$ è continua.

(ii) Si stabilisca per quali $x \geq 2$ la derivata $F'(x)$ esiste e la si calcoli.

(iii) Si dimostri che $F(x)$ è crescente in $[2, +\infty)$.

(iv) Si dimostri che $\lim_{x \to +\infty} F(x)$ esiste ed è finito.

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \Re e(z^2 + iz\bar{z}) < \Im m(z^2 - iz\bar{z}) \right\}.$$

Si descriva e si rappresenti l'insieme E nel piano di Gauss.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1} - \displaystyle\int_x^{2x} \frac{e^t}{\sqrt{t}} dt & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Si determinino:

- $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

- $f'(x)$ per $x > 0$ e (se esiste) $f'_d(0)$

- dove $f(x)$è crescente e dove è decrescente

- per ogni $k \in \mathbb{R}$ trovare il numero delle soluzioni x dell'equazione $f(x) = k$.

ESERCIZIO N. 4. Considerare la funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} \frac{dt}{(1+t^2)(t+1)}.$$

(i) Calcolare $f'(x)$ ed il polinomio di Taylor di ordine 5 di $f'(x)$ in 0.

(ii) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 6 di $f(x)$ in 0.