

Esame di Analisi matematica I - 9 CFU : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione invernale, I appello

Corso: prof. CUCCAGNA

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x + b \operatorname{sign}(x + \pi) & \text{se } x < 0, \\ c e^x - 1 + x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino $a, b, c \in \mathbb{R}$ in modo che f sia di classe C^1 in \mathbb{R} .

(ii) In corrispondenza ai valori a, b, c sopra individuati, si determinino gli intervalli in cui la funzione integrale $\int_0^x f(t) dt$ è convessa.

ESERCIZIO N. 2. Si ponga

$$E = \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{|z+i|}{|z-i|} \geq 1 \right\} \cap \left\{ z \in \mathbb{C} : \Im(z^2 + 2iz) \geq 0 \right\}.$$

Si risolvano le disuguaglianze e si rappresenti l'insieme E nel piano di Gauss.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{se } x \geq 0, \\ \int_0^x \frac{dt}{(t-1)^2(t-2)} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Si determinino

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

- $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x)$

- $f'(x)$ per $x \neq 0$ e (se esistono) $f'_d(0)$ ed $f'_s(0)$

- Calcolare $f''(x)$ e stabilire dove $f(x)$ è concava e dove è convessa.

- Per ogni $k \in \mathbb{R}$ trovare il numero delle soluzioni x dell'equazione $f(x) = k$.

ESERCIZIO N. 4. Si ponga,

$$f(x) = \int_x^{2x} \left(\int_0^t t \sinh s \, ds \right) dt.$$

(i) Si calcolino:

• $f'(x) =$

• $f''(x) =$

• $f'''(x) =$

• $f''''(x) =$

(ii) Si calcoli, giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^4}$.

(iii) Si calcoli $f(1)$.