

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione invernale, II appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di S. CUCCAGNA

ESERCIZIO N. 1. Si ponga per $a, b, c \in \mathbb{R}$ e per ϕ la funzione di Dirichlet (definita da $\phi(x) = 1$ se $x \in \mathbb{Q}$ e $\phi(x) = 0$ se $x \notin \mathbb{Q}$),

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin x + a + bx + cx^2\phi(x) & \text{se } -1 \leq x \leq 0, \\ e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino tutti gli $a, b, c \in \mathbb{R}$ tali che $f'(0)$ esista.

(ii) Stabilire se esistono valori di $a, b, c \in \mathbb{R}$ tali che $f''(0)$ esista.

ESERCIZIO N. 2. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che l'insieme $\left\{ \left(\frac{3z+i}{2\bar{z}+2i} \right)^n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$ è limitato.



COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Per $[x] \in \mathbb{Z}$ la parte intera di x definita da $[x] \leq x < [x] + 1$ si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x) + \frac{\pi}{2} & \text{se } x < 0, \\ \sqrt{x}e^{[x]} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

e $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.

Si determinino:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$;

- se $F(x)$ è continua;

- dove $F(x)$ è differenziabile, dove è concava, dove convessa e gli eventuali punti di flesso;

- per ogni $k \in \mathbb{R}$ trovare il numero delle soluzioni x dell'equazione $F(x) = k$.

