

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2013-2014, sessione invernale, II appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di S. CUCCAGNA

ESERCIZIO N. 1. Si ponga per $a, b \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + a + bx & \text{se } x \leq 0, \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino $a, b \in \mathbb{R}$ in modo che f sia di classe C^2 in \mathbb{R} .

(ii) Stabilire se esistono valori di a, b tali che $f(x)$ ammette derivata terza in \mathbb{R} .

ESERCIZIO N. 2. Si determinino tutte le radici complesse di $z^8 + z^4 = 1$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Per $[x] \in \mathbb{Z}$ la parte intera di x definita da $[x] \leq x < [x] + 1$ si ponga

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 5x + 6} & \text{se } x > 0, \\ [x] + 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

e $F(x) = \int_0^{x^2} f(t) dt.$

Si determinino:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$;

- se $F(x)$ è continua;

- dove $F(x)$ è differenziabile, dove è concava, dove convessa e gli eventuali punti di flesso;

- per ogni $k \in \mathbb{R}$ trovare il numero delle soluzioni x dell'equazione $F(x) = k$.

