

Materiale coperto nel corso di Analisi Matematica 1 Ingegneria, docente S. Cuccagna A.A. 2013-14 e regole del corso.

Lunedì 23 Settembre 2 ore Numeri naturali. Principio di induzione. Teorema sulle dimostrazioni per induzione. Esempi di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli ; dimostrazione della formula per somme geometriche di ragione a . Sommatorie e loro proprietà.

Martedì 24 Settembre 2 ore Definizione di sottoinsieme limitato superiormente di \mathbb{R} . Caratterizzazione assiomatica dell'estremo superiore (inferiore) di un sottoinsieme di \mathbb{R} . Massimo e minimo di un insieme. $\sup \mathbb{N} = \infty$ (con dim.), Principio di Archimede (con dim.) , densità di \mathbb{Q} in \mathbb{R} (con dim.).

Giovedì 26 Settembre 2 ore Dimostrazione che $\sqrt{2}$ non esiste in \mathbb{Q} . Dimostrazione che $\sqrt{2}$ esiste in \mathbb{R}_+ . Teorema di esistenza ed unicità in \mathbb{R}_+ delle radici n -esime di numeri reali positivi (senza dim.). Definizione a^x per $a > 0$ ed x in \mathbb{R} . Definizione di valore assoluto $|x|$ e proprietà. In particolare, dimostrazione della disuguaglianza triangolare.

Venerdì 27 Settembre 2 ore Prodotto notevole, somma aritmetica. Esercizi sul sup/inf: $\sup (-X) = -\inf (X)$; se X è finito allora $\sup(X) = \max (X)$; se X è un sottoinsieme di \mathbb{N} allora $\inf (X) = \min (X)$. Calcolo combinatorio: disposizioni semplici , permutazioni, $D(k,n)$ e $n!$

Lunedì 30 settembre 2 ore Combinazioni semplici, $C(k,n)$, coefficienti binomiali, formula di Newton del binomio, numero degli elementi dell'insieme delle parti. Vari esercizi da vecchi esami. Grafici, funzioni: dominio, immagine, controimmagine, funzioni iniettive, funzioni suriettive.

Martedì 1 Ottobre 2 ore Funzioni monotone. Successioni. Definizione di limite di $f(x)$ per x che va all'infinito. Vari esempi. Teorema dell'unicità del limite.

Giovedì 3 Ottobre 2 ore Regole della somma, del prodotto e del quoziente per i limiti (con dim.). Limiti di polinomi $p(x)$ e di funzioni razionali $p(x)/q(x)$ per x che va all'infinito in \mathbb{R} .

Venerdì 4 Ottobre Teorema dei Carabinieri (con dim.) .Per $b > 0$ il limite di $b^{\{1/n\}}$ è 1; per $b > 1$ il limite di $b^{\{n\}}$ è $+\infty$; per $b > 1$ il limite di $b^{\{n\}}/n$ è $+\infty$. Vari esercizi sui limiti. Dimostrazione del Teorema di esistenza in \mathbb{R}_+ delle radici n -esime di numeri reali positivi .

Lunedì 7 Ottobre 2 ore Definizione di punto di accumulazione e di chiusura di un insieme. Dim. che la chiusura di \mathbb{Q} è \mathbb{R} . Nuova definizione di insieme denso. Definizione di $\lim_{x \rightarrow y} f(x) = L$ per y un punto di accumulazione del dominio di f . Definizione di funzione continua in un punto. Verifica della continuità di polinomi, di funzioni razionali, di $\sin(x)$ e di $\cos(x)$.

Martedì 8 Ottobre 2 Definizione di limite da destra e da sinistra. Caratterizzazione dei limiti in termini del limite da destra e da sinistra (senza dim.). Teorema sui limiti per le funzioni monotone (con dim.)

Dimostrazione di $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$. Dimostrazione della continuità di b^x , di $\lim_{x \rightarrow \infty} b^x$

Giovedì 10 Ottobre 2 ore Definizione del numero di Nepero come $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ (senza dim.). Enunciato di $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ (senza dim.), $\lim_{y \rightarrow 0} \log(1+y)/y = 1$ (con dim.), $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$ (con dim.) e di $\lim_{x \rightarrow 0} [(x+1)^a - 1]/x = a$ (con dim. solo per a in \mathbb{N}). Definizione di sottosuccessione. Teorema di Bolzano Weierstrass (solo enunciato). Definizione di punti di massimo e punti di minimo assoluto. Teorema di Weierstrass per funzioni continue (con dim.)

Venerdì 11 Ottobre Lezione cancellata

Lunedì 14 Ottobre 2 ore Lemma sulla conservazione del segno (con dim.). Teorema degli zeri per funzioni continue (con dim.). Teorema dei valori intermedi (con dim.). Se f è continua in un intervallo I allora $f(I)$ è o un punto o un intervallo (con dim.). Funzione parte intera di x . Dim di $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

Martedì 15 ottobre 2 ore Dim di $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$. Definizione di funzioni iperboliche $\text{sh}(x)$, $\text{ch}(x)$ e $\text{th}(x)$. Dim. di $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$. Definizione di funzione inversa ed analisi del suo grafico. Esempi: $\log(x)$, $\arcsin(x)$, $\arctan(x)$. Teorema sulla continuità delle funzioni inverse di funzioni monotone: enunciato e dim di una parte del teorema.

Mercoledì 16 ottobre, 2 ore Fine della dim del teorema sulla continuità delle funzioni inverse di funzioni monotone. Composizione di funzioni. Teorema sulla continuità della composizione di due funzioni continue. Verifica di $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$. Svolgimento di un esercizio da una provetta del 14 Febbraio 2011.

Giovedì 17 ottobre 2 ore Dim. della continuità di x^a . Dimostrazione di $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$.
Un'altra definizione di continuità e suo uso per dimostrare teorema sulla continuità della composizione di due funzioni continue. Rapporti incrementali e significato geometrico. Retta tra due punti. Definizione di derivata. Dim. di $(x^a)' = a x^{a-1}$ (regola della potenza).

Lunedì 21 ottobre 2 ore. $(e^x)' = e^x$ e $(\log x)' = 1/x$. Definizione di derivata destra e di derivata sinistra. Caratterizzazione dell'esistenza della derivata in termini di derivata destra e derivata sinistra (senza dim.). Regole della somma, del prodotto (con dim.) e del quoziente (con dim.). Regola della derivata della funzione inversa (con dim.). Calcolo di $(\arctan x)'$ e $(\arcsin x)'$.

Giovedì 24 ottobre 2 ore. Regola della catena (con dim.). Calcolo di $(\sinh x)'$, $(\cosh x)'$ e $(\tanh x)'$. Calcolo di varie derivate

Venerdì 25 ottobre 2 ore. Definizione di punti di massimo e di minimo relativo. Teorema di Fermat (con dim.). Varie esempi: dimostrazione di $1+x \leq e^x$ su \mathbb{R} , legge della riflessione in ottica geometrica (con dim.). Qualche esercizio

Lunedì 28 ottobre 2 ore. Teorema di Rolle e teorema di Lagrange (con dim.). Caratterizzazione delle funzioni differenziabili monotone su intervalli. Svolgimento dell'esercizio 3 dell'esame del 7 genn. 2013. Definizione di derivate di ordine superiore.

Martedì 29 Ottobre 2 ore. Calcolo delle derivate di e^x , x^a , $\sin(x)$. Regole delle derivate. Prima regola dell'Hopital (con dim.). Seconda regola dell'Hopital (senza dim.). Vari esempi.

Giovedì 31 ottobre 2 ore. Terza regola dell'Hopital (senza dim.). Esempi. Definizione di polinomio di Taylor di ordine n . Esempi: e^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1+x)^a$. Formula di Peano per il resto (con dim.). Simbolo o piccolo.

Lunedì 4 Novembre 2 ore Svolgimento dell'es. 1 dall'esame del 21/1/13. Formula del resto di Lagrange (senza dim.). Svolgimento dell'es. 1 dall'esame del 11/2/13. Approssimazione di e con numeri razionali. Dim. che e è irrazionale.

Martedì 5 Novembre 2 ore Definizione di funzione convessa. 3 caratterizzazione delle funzioni convesse in termini di rapporti incrementali (senza dim.). Caratterizzazione in termini della crescita in x di $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ per ogni fissato y (senza dim.). Caratterizzazione delle funzioni convessi in termini della loro

derivata prima e derivata seconda (senza dim.). Definizione di funzioni concave. Definizione di punti di flesso. Test delle derivate di ordine superiore per i punti critici (senza dim.).

Giovedì 7 Novembre 2 ore Calcolo integrale. Decomposizioni Δ di intervalli e loro calibro o lunghezza $|\Delta|$. Raffinamenti di decomposizioni Somme $S(\Delta)$ e $s(\Delta)$ associate ad una data funzione f . Calcolo di $S(\Delta)$ e $s(\Delta)$ per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet. Disuguaglianze $s(\Delta) \leq s(\Delta') \leq S(\Delta') \leq S(\Delta)$ se Δ' è un raffinamento di Δ allora $s(\Delta') \leq S(\Delta)$ per ogni coppia Δ', Δ (non sono richieste le dimostrazioni).

Venerdì 8 Novembre 2 ore Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore. Definizione di integrale di Darboux. Esempi: funzioni costanti e funzione di Dirichlet. Una condizione necessaria e sufficiente perché una funzione sia integrabile secondo Darboux (con dim. della sufficienza). Dimostrazione che le funzioni monotone sono integrabili secondo Darboux. Definizione di uniforme continuità. x^2 non è unif. continua in \mathbb{R} . La limitatezza della derivata è una condizione sufficiente per l'uniformemente continuità (con dim.). Enunciato del Teorema di Heine.

Lunedì 11 Novembre 2 ore. Dimostrazione del Teorema di Heine. Dimostrazione dell'integrabilità secondo Darboux delle funzioni continue. Definizione somme di Riemann e di integrabilità e di integrale di Riemann. Teorema sulla coincidenza tra integrale di Riemann e Darboux (senza dim.). Proprietà dell'integrale: linearità (con dim della regola della somma); monotonia. Teorema della media (con dim.). Integrabilità dei prodotti (senza dim.). Additività rispetto al dominio di integrazione (senza dim.).

Martedì 12 Novembre 2 ore Teorema di Chasles (con dim. assumendo il teor. Precedente). Integrabilità secondo Riemann. Teor. sull'integrabilità di $|f(x)|$ se $f(x)$ è integrabile (senza dim.) e disuguaglianza triangolare (con dim.). Esempio di funzione $f(x)$ non integrabile tale che $|f(x)|$ è integrabile. Teorema fondamentale del calcolo (con dim.). Primitive e funzioni primitivabili. Verifica che la funzione di Heaviside non è primitivabile su \mathbb{R} . Esempio di funzione discontinua in un punto ma primitivabile in \mathbb{R} .

Giovedì 14 Novembre 2 ore Teorema sul fatto che la differenza di due primitive su un intervallo è costante (con dim.). Seconda parte del teorema fondamentale del calcolo (con dim.). Lista di primitive da ricordare a memoria. Formula dell'integrazione per parti (con dim.) con sua applicazione in vari esempi. Numeri complessi: prodotto, somma, numero i .

Venerdì 15 Novembre 2 ore Formula del cambiamento di variabile per l'integrale indefinito (con dim.). Qualche esempio. Complesso coniugato, valore assoluto e Inverso di un numero complesso.

Svolgimento dell' esercizio 2 dell'esame del 21/1/13. Teorema fondamentale dell'algebra. Divisione tra polinomi.

Lunedì 18 Novembre 2 ore Seconda versione del Teor Fond.. Algebra. Decomposizione di Hermite di funzioni razionali . Qualche esempio. Integrali impropri. Definizione di funzione localmente integrabile. Definizione di integrale generalizzato di una funzione $f(x)$ in un intervallo $[a,b]$ o $(a,b]$. Integrabilità di funzioni x^{-p} in $(0,1]$ e in $[1, \infty)$: enunciato e dimostrazione . Aut-Aut (con dim.)

Giovedì 21 Novembre 2 ore Teoremi del confronto e del confronto asintotico, con dimostrazione. Vari esempi. Definizione di assoluta integrabilità. Parte positiva e parte negativa di una funzione. Teorema che assoluta integrabilità implica integrabilità (con dim).

Venerdì 22 novembre 2013 2 ore Esempio di funzione integrabile ma non assolutamente integrabile. Esercizi.

lunedì 25 novembre 2013 2 ore. Esercizi sui cambi di variabile. Integrali di funzioni irrazionali.

Martedì 26 Novembre 2 ore. Esercizi da VECCHI ESAMI

mercoledì 27 novembre 2 ore. La formula del cambio di variabile per integrali definiti (con dim.) . Dimostrazione delle formule di de Moivre. Radici dell'unità. Radici di numeri complessi.

Giovedì 28 novembre 2 ore. Teorema sul metodo della tangenti di Newton, con dimostrazione.

lunedì 2 dicembre 1 ora. Dimostrazione del Teorema di Bolzano Weierstrass.

Fine del corso . D'ora innanzi "ricevimento" in Aula Magna H3 il martedì ed il giovedì durante gli orari di lezione per rispondere a domande e per svolgere vecchi esami.

Libro consigliato : "ANALISI MATEMATICA" Volume 1, Conti Ferrario, Terracini, Verzini, APOGEO ed.

Esame. Ci saranno 7 appelli di cui 3 nella sessione invernale in Genn-Febb, 3 nella sessione estiva in Giugno-Luglio, 1 nella sessione autunnale in Sett.

Regole d'esame. L'esame consiste di due prove scritte , la prima di esercizi, la seconda teorica (ma che può contenere esercizi di natura teorica). Di solito nel medesimo appello la prova teorica è svolta due giorni dopo la prova di esercizi. Per essere ammessi alla prova teorica bisogna avere riportato almeno 15/30 nella

prova di esercizi. Dopo le due prove scritte ci può essere anche un colloquio, a discrezione del docente o su richiesta dello studente.

Chi ad un appello (ad esempio primo appello della sessione invernale) ha riportato un voto positivo nella prova di esercizi e non si sente pronto per la prova teorica, può conservare il voto della prova di esercizi e presentarsi alla prova teorica in un altro appello, sempre però nella stessa sessione di esami (cioè, nel nostro esempio, nel secondo o terzo appello della sessione invernale).

Le iscrizioni agli esami devono avvenire tramite il sito esse3.

Per vecchi esami (parte esercizi) si rimanda al sito

<http://www.dmi.units.it/~omari/Didattica.html>