Informazioni sul corso di Analisi Matematica 2, docente S.Cuccagna A.A. 2012-2013

L’esame si articola in uno scritto di esercizi e di una seconda parte che può essere sia solo scritta (nel qual caso si tratta di uno scritto teorico), sia solo orale (l’orale comprende domande sia teoriche che di esercizi), sia scritta e orale insieme. Le modalità della seconda parte verranno decise di volta in volta dal docente.

Testo consigliato: ANALISI MATEMATICA, Volume 2, Barutello, Conti, Ferrario, Terracini, Verzini, Ed. Apogeo.

Materiale coperto

24 Sett. 2 ore Definizione di: spazio metrico, metrica euclidea, distanza tra due insiemi e diametro di un insieme in uno spazio metrico. Definizione di retta nel piano. Distanza di un punto da una retta. Definizione di un piano in R ^3. Determinazione del piano passante per tre punti non allineati.

25 Sett. 2 ore Formula della distanza di un punto da un piano (senza dim). Definizione di disco aperto, di insieme aperto e di punto di accumulazione in uno spazio metrico. Definizione di limite in un punto per una funzione tra due spazi metrici. Definizione di successione convergente in uno spazio metrico. Verifica che una successione di vettori ha un certo limite L se e solo se le successioni formate dalle coordinate hanno come limite le coordinate di L. Definizione di funzione continua tra due spazi metrici. Verifica che una funzione f tra spazi Euclidei R^N a R ^M ha limite L in R^M se e solo se le M funzioni da R^N a R ottenute considerando le coordinate di f hanno limite le coordinate di L. Verifica della continuità delle proiezioni sulle coordinate.

27 Sett 2 ore Cenni alle regole dei limiti (della somma, del prodotto e del quoziente). Vari esercizi.

28 Sett 2 ore Sottoinsiemi aperti degli spazi Euclidei ottenuti usando funzioni continue. Sottoinsiemi compatti per successioni di spazi metrici. Teorema di Weierstrass sui massimi e minimi per funzioni scalari definite in insiemi compatti per successioni (con dim.). Lemma che un insieme compatto per successioni è chiuso e limitato. Teorema di Bolzano Weierstrass (senza dim.).

1 Ott 2 ore Insiemi connessi per archi: insiemi convessi e stellati in spazi euclidei. Teorema degli zeri (con dim.).Definizione di funzioni uniformemente continue. Teorema di Heine per funzioni tra spazi metrici (solo enunciato). Insiemi di livello: qualche esempio. Definizione di derivate parziali per funzioni scalari definite in aperti nel piano. Esempio di funzione con derivate parziali in un punto, ma non continua nel punto.

2 Ott 2 ore Definizione di differenziabilità. Le funzioni differenziabili in un punto sono continue nel punto (con dim) ed ammettono derivate parziali nel punto (con dim). Condizione sufficiente per la differenziabilità (senza dim.). Regola della catena (con dim.). Significato geometrico del gradiente per funzioni differenziabili.

4 Ott 2 ore Teorema di Fermat (con dim). Un esercizio. Definizione di derivate seconde. Teorema di Schwarz sulle derivate miste (con dim.).

5 Ott 2 ore Test della derivata seconda (senza dim.) per funzioni scalari nel piano. Forme quadratiche definite ed indefinite. Teorema della funzione implicita (senza dim.) per funzioni scalari nel piano. Definizione di retta tangente ad una curva. Risoluzione di un esercizio in un vecchio esame.

8 Ott 2 ore Definizione di curva regolare, nel piano e nello spazio. Ricerca di massimi e minimi vincolati: metodo dei moltiplicatori di Lagrange (senza dim). Un esempio.

9 Ott 2 ore Dimostrazione del metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Norma di una matrice. Dimostrazione della continuità degli operatori lineari. Funzioni definite in R^N a valori vettoriali: definizione di derivate parziali, di matrice Jacobiana, di differentiablità . Continuità delle funzioni differenziabili (senza dim) ed esistenza della matrice Jacobiana per funzioni differenziabili (senza dim.).Regola della catena (senza dim.). Derivate seconde e lemma di Schwarz . Definizione di matrice Hessiana. Test della della derivata seconda per punti critici.

11 Ott 2 ore Integrazione su rettangoli. Somme S(Δ) e s(Δ) , integrale superiore ed inferiore di una funzione limitata (solo definizioni). Definizione di funzione integrabile su un rettangolo. Dimostrazione che le funzioni continue sono integrabili. Enunciato del teorema di Fubini. Proprietà dell’integrale (senza dim): linearità, monotonia, il prodotto di funzioni integrabili è integrabile.

12 Ott 2 ore Definizione di sottoinsiemi misurabili (secondo Peano Jordan) nel piano . Definizione di integrazione di una funzione su un insieme misurabile. Insiemi semplici. Caratterizzazione della misurabilità degli insiemi semplici (solo enunciato). Teorema di Fubini per insiemi semplici (solo enunciato). Un esercizio di calcolo differenziale.

15 Ott 2 ore Formula del cambio di variabile per integrali doppi (senza dim.). Esempi: cambi di variabili affini, integrali in coordinate polari. Calcolo di qualche integrale. Definizione di massa e baricentro.

 16 Ott 2 ore Integrali tripli. Formula di Fubini per integrali tripli su rettangoli: integrazione per fili e per piani. Insiemi semplici e formula di Fubini . Vari esercizi.

18 Ott 2 ore Cambi di variabile per integrali tripli tripli (senza dimostrazioni). . Coordinate cilindriche Vari esercizi.

19 Ott 2 Coordinate sferiche. Vari esercizi.

22 Ott. 2 ore Volume della sfera. Integrali impropri: insiemi local mente misurabili, funzioni localmente integrabili, funzioni integrabili. Esempi. Integrale della Gaussiana sulla retta reale. Vari esercizi.

23 Ott. 2 ore Integrazione su curve regolari parametrizzati. Calcolo di lunghezza del cicloide, elicoide e di un pezzo di parabola. Integrazione sui superfici regolari parametrizzate. Calcolo dell’area di una sfera.

26 Ott. 2 ore Definizione di campo vettoriale. Campi conservativi. Divergenza di un campo. Alcune identità. Verifica che varie divergenze sono nulle. Esercizi.

29 Ott. 2 Orientazione di una curva del piano. Flusso di un campo attraverso una curva orientata nel piano. Teorema della divergenza (enunciato). Vari esempi.

30 Ott. 2 . Teorema della divergenza , dimostrazione non richiesta per l’esame. Vari esercizi. Superfici orientabili. Nastro di Moebius. Flusso di un campo attraverso una superficie orientata .

5 Nov. 2 ore. Calcolo del flusso di un campo attraverso qualche superficie. Enunciato del teorema della divergenza. Nuova definizione di orientazione di una curva regolare. Lavoro di un campo su una curva orientata. Caso dei campi conservativi. Teorema sul fatto che un campo è conservativo se e solo se il lavoro su tutte curve chiuse è nullo (senza dim.).

6 Nov. 2 ore rotore di un campo vettoriale. Condizione necessaria perché un campo sia conservativo. Teorema di Gauss Green (con dim.). Definizione di dominio semplicemente connesso: come esempio domini convessi. Un esercizio.

8 nov 2 ore Esercizi

9 nov 2 ore Un esempio di campo con rotore nullo e non conservativo. Superficie con bordo. Orientazione canonica del bordo di una superficie orientata. Teorema di Stokes (solo enunciato). Un esercizio.

12 Nov 2 ore . Equazioni differenziali ordinarie: ordine, equazioni lineari e non lineari. Sistemi del primo ordine. Riduzione di una qualsiasi equazione differenziale ordinaria scalare in un sistema del primo ordine. Equazioni scalari separabili: loro risoluzione. Equazione di Malthus. Equazione logistica. Equazioni lineari scalari omogenee del primo ordine.

13 Nov 2 ore . Problema di Cauchy del dato iniziale. Rappresentazione delle soluzioni dell’equazione logistica in termini del dato iniziale. Teorema sull’esistenza e unicità delle soluzioni del problema di Cauchy (solo enunciato). Un controesempio con infinite soluzioni di un problema di Cauchy: y’= 3/2 y^{1/3} . Non esistenza di soluzioni globali per soluzioni di equazioni nonlineari: caso di y’=y^2. Soluzione generale delle equazioni lineari scalari del primo ordine: metodo del coefficiente integrale.

15 Nov 2 ore. Grafici delle soluzioni dell’equazione logistica. Risoluzione di vari esercizi con equazioni lineari scalari del primo ordine. Risoluzione delle equazioni di Bernoulli. Esistenza del massimo intervallo di definizione per soluzioni del problema di Cauchy (solo enunciato). Teorema sul fatto che per |f(x,y)|< C(1+|y|) per f(x,y) definito in una striscia, le corrispondenti soluzioni sono definite globalmente (solo enunciato). Applicazione ad esempi.

16 Nov 2 ore. Equazioni omogenee. Problema di Cauchy per eqazioni scalari di ordine n. Equazioni del secondo ordina riducibili ad equazioni del primo ordine. Velocità di fuga. Wronskiano di una n-upla ordinata di funzioni. Teorema del Wronskiano per equazioni lineari scalari (con dim).

19 Nov 2 ore Sistemi fondamentali di soluzioni e teorema sulla soluzione generale delle equazioni lineari omogenee. Caso delle equazioni a coefficienti constanti: il polinomio caratteristico, le sue radici e la soluzione generale dell’equazione differenziale.

20 Nov 2 ore Equazioni lineari non omogenee, equazione omogenea associata, soluzioni particolari e soluzioni generali . Il metodo della somiglianza: vari esempi.

22 Nov 2 ore L’oscillatore armonico senza frizione: risonanze e battimenti. L’oscillatore armonico con frizione.

23Nov 2 ore Il metodo della variazione delle costanti per equazioni del secondo ordine scalari. Wronskiano per un sistema lineare del primo ordine. Teorema del Wronskiano (solo enunciato). Un Esercizio.

Lunedì 26 Novembre 2 ore, Un esercizio sul metodo della variazione dei parametri. Serie, somme parziali, limite di una serie. Esempi: serie geometrica, serie di Mengoli. . Condizione necessaria per la convergenza (con dim.). Serie a termini positivi. Interpretazione come integrali impropri. Teoremi del confronto (solo enunciato). Le serie armoniche.

Martedì 27 Novembre 2 ore. Criterio della radice e criterio del rapporto (solo enunciati). Lemma di Abel (solo enunciato). Criterio di Leibnitz per serie alternanti (dimostrato come conseguenza del Lemma di Abel). Definizione di successione di funzioni e di convergenza puntuale. Alcuni esempi. Definizione di convergenza uniforme di una successione di funzioni.

Giovedì 29 nov. 2 ore. Esempi di successioni di funzioni che convergono o che non convergono uniformemente. Definizione di serie di funzioni. Limite puntuale e limite uniforme di una serie di funzioni. Un esempio.

30 nov. 2 ore Un vecchio esercizio di esame. Definizione di serie di potenze e di raggio di convergenza. Teorema sul raggio di convergenza (con dim.). Serie di Taylor. Le serie di McLaurin di e^x, sin x, cos x. Richiami sul limite delle serie quando x è reale. Definizione di e^z, sin (z) e cos (z) per z complesso. Dimostrazione delle formula di Eulero. Serie prodotto di due serie assegnate . Teorema di Mertens sul limite delle serie prodotto di due serie (solo enunciato). Dimostrazione di e^{z+w}=e^z e^w per ogni coppia di numeri complessi z e w.

3 Dic. 2 ore Serie di Taylor di derivate e di primitive di una funzione data. Vari esercizi.

4 DIc. Due esercizi sulle serie. Norma ||A|| di una matrice . Dimostrazione che ||AB|| ≤ ||A|| ||B|| . Definizione dell’esponenziale di una matrice. Dimostrazione di e^{A+B}= e^{A } e^{B} se AB=BA. Dimostrazione di d/dt e^{tA}=A e^{tA}. Formule per la soluzione del problema di Cauchy per sistemi lineari del primo ordine a coefficienti costanti

6 DIc. Dimostrazione di e^{A}=U e^{B} U^{-1} se A=U BU^{-1} . Esponenziale delle matrici diagonalizzabili. Somma diretta tra due matrici e tra più matrici. Esponenziale di una somma diretta. Blocchi di Jordan. Teorema sulla decomposizione in blocchi di Jordan (solo enunciato). Esponenziale di un blocco di Jordan.

7 Dic. 10 Dic. 11 Dic 13 Dic 14Dic , esercizi.