# Materiale coperto nel corso di Analisi Matematica 1 Ingegneria, docente S. Cuccagna A.A. 2011-12

Martedì 4 Ottobre Settembre 2011 16-19 3 ore Numeri naturali. Definizione di minimo di un sottoinsieme di N e Lemma sull’esistenza ed unicità del minimo per sottoinsiemi di N (con dim.). Principio di induzione (con dim. a partire dal Lemma). Corollario sulle dimostrazioni per induzione. Esempi di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli ; dimostrazione della formula per somme geometriche di ragione a; dimostrazione della formula per la somma aritmetica. Assegnazione di esercizion sui prodotti notevoli . Definizioni di estremo superiore (risp. inferiore) di un sottoinsieme limitato superiormente (risp. inferiormente) di un insieme totalmente ordinato. Principio di Separazione sui numeri reali (introdotto come Assioma). Dimostrazione dell’esistenza dell’estremo superiore per qualsiasi sottoinsieme limitato superiormente di R.

Giovedì 6 Ottobre 2011 11-13 2 ore Lemma di caratterizzazione del sup. (con dim.). supN=infinito (con dim.), Principio di Archimede (con dim.) , densità di Q in R (con dim.), esistenza ed unicità in R\_+ delle radici n-esime di numeri reali positivi (con dimostrazione nel caso n=2).

Venerdì 7 Ottobre 2011 11-13 2 ore Definizione di a^x per a >0 reale e x razionale. Definizione nel caso x reale (con dim. che la definizione ha senso). Definizione di funzione valore assoluto . Varie proprietà del valore assoluto: dim. della disug. triangolare nel caso di 2 o più addendi. Definizione di distanza (o metrica) e di spazio metrico. Qualche esempio.

Venerdì 7 Ottobre 2011 14-16 2 ore Norma euclidea di un vettore. Disuguaglianza di Schwartz nel piano. Dimostrazione della disuguaglianza triangolare nel piano. Successioni in un insieme X. Limite di una successione in uno spazio metrico. Dim dell’unicità del limite. Vari esempi di successioni.

Martedi 11 Ottobre 3 ore Qualche esercizio. Criterio di Cauchy per una successione in uno spazio metrico. Dim che successioni convergenti sono di Cauchy. Definizione di lim x\_n = + infinito. Dim. che successioni monotone di numeri reali hanno limite. Teorema del confronto (con dim.) con dim.). Per b>0 il limite di b^{1/n} è 1; per b>1 il limite di b^{n} è + infinito; per b>1 il limite di b^{n}/n è + infinito.

Giovedi 13 Ottobre 2 ore Teorema dei Carabinieri (con dim.) . Esempio di limite di b^{1/n} per b>0 . Regole della somma (con dim per limiti finiti), del prodotto (con dim per limiti finiti) e del quoziente. Limiti di polinomi p(n) e di funzioni razionali p(n) /q(n) per n che va all’infinito in N. Definizione di sottosuccessioni e dimostrazione del fatto che k\_n non è minore di n se k\_n è una successione strettamente crescente in N

Venerdì 14Ottobre 2 Esercizi su razionalizzazione di limiti. Calcolo combinatorio: disposizioni semplici e con ripetizione e loro numero totale. Permutazioni e fattoriali. Combinazioni semplici e loro numero. Formula di Newton per il binomio (con dim. combinatoria).

Venerdì 14Ottobre 2 ore Esercizi vari sul calcolo combinatorio

Martedi 18ottobre, 3ore Numero di Neper : dimostrazione dell’esistenza e del fatto che è compreso tra 2 e 3. Teorema di Bolzano Weierstrass (con dim.) su R. Operazioni di somma e prodotto nel piano Numeri complessi. Complesso coniugato e modulo di un numero. Inverso di un numero complesso differente dallo 0. Un esercizio.

Venerdì 21 ottobre 3 ore Rappresentazione in coordinate polari, esponenziale immaginario, formule di Euler. Prodotto di numeri complessi in coordinate polari e fomule di De Moivre (con dim.). Radici n-esime dell’unità, radici n-esime di un numero complesso qualsiasi. Risoluzione di varie equazioni, polinomiali e non, per esercizio. Enunciato del Teorema Fondamentale dell’Algebra: definizione di molteplicità di una radice.

Martedi 25 ottobre, 2 ore Esempi di funzioni: funzioni iperboliche , arcoseno, arcotangente. Parte interna di un sottoinsieme di R, frontiera di un sottoinsieme di R.

Martedi 25 ottobre 3 ore , Insiemi aperti, chiusi, punti di accumulazione, chiusura di un insieme. Qualche esercizio su sottoinsiemi di R presi da vecchi esami. Definizione di limite di una funzione in un punto di accumulazione (caso del limite finito). Caratterizzazione del limite in termini di successioni (con dim.).

Mercoledì 26 ottobre 3 ore Definizione di limite in generale (usando le successioni) e definizione caso per caso senza successioni. Dim the teor dell’unicità del limite. Enunciato delle regole della somma, prodotto e quoziente per i limiti di funzioni (senza dim.). Enunciato del teorema del confronto e del teorema dei carabinieri (senza dim.). Definizione di continuità in un punto e di funzioni continue. Dim della continuità dei polinomi, di sin (x), di cos (x). Definizione di limiti destro e sinistro e Lemma sulla caratterizzazione del limite in termini di limiti destro e sinistro (senza dim.). Dim. della continuità della funzione esponenziale in base e.

Giovedì 27 ottobre 2 ore Funzione parte intera di x. Limite di sin x/x per x che va a 0. Limite di (1+1/x)^x per x che va all’infinito. Un lemma di cambio di variabile nei limiti.

Venerdì 28 ottobre 2 ore .Limite di log(1+x)/x per x che va a 0, e due altri limiti notevoli (tutti con dim.). Funzioni monotone e dimostrazione dell’esistenza dei loro limiti destri e sinistri.

Venerdì 4 Novembre 2 ore Insiemi compatti. Esempi: intervalli chiusi e limitati; sottoinsiemi di R chiusi e limitati. Teorema di Weierstrass sull’esistenza dei punt di massimo e minimo (con dim.). Definizione di insieme sconnesso e di insieme connesso. Enunciato che gli insiemi connessi in R sono esattamente gli intervalli. Teorema degli zeri per funzioni continue definite in connessi.

Venerdì 4 Novembre 2 ore Dimostrazione che gli intervalli sono connessi. Dimostrazione del teorema dei valori intermedi. Dimostrazione che le funzioni continue mandano intervalli in intervalli. Vari esercizi.

Martedì 8 Novembre 3 ore Un esercizio. Dim. che le funzioni continue e strettamente monotone su intervalli hanno inversa continua. Definizione di derivata. Definizione di retta tangente al grafico di una funzione in un punto e suo significato geometrico. Dim. che derivabilità implica continuità. Dim. della regola della potenza per la derivata.

Giovedì 10 Novembre 3 ore Calcolo delle derivate di e^x, log(x), sin(x), cos(x). Definizione di derivata destra e derivata sinistra. Esempi ed esercizi. Simboli di o piccolo ed O grande. Definizione di approssimante lineare. Dimostrazione dell’esistenza dell’approssimante lineare esattamente quando la funzione è differenziabile. Regole della somma, del prodotto (con dim.) e del quoziente. Dim, della regola della catena.

Venerdì 11 Novembre 2 ore Dim. della regola del quoziente per la derivata. Teorema sulla derivata della funzione inversa (con dim.). Calcolo della derivata di arcoseno e arcotangente. Definizione di punto critico, di punto di max. (min.) relativo . Teorema di Fermat (con dim.). Enunciato del Teorema di Lagrange. Corollario sul significato del segno della derivata (con dim.).

Venerdì 11 Novembre 2 ore . Esercizi di ricerca di punti di massimo e di minimo.

Martedì 15 Novembre 3 ore Esercizio sull’uso di o piccolo nei limiti. Dim. del Teorema di Rolle e del Teorema di Lagrange. Teorema di Cauchy (solo enunciato). Corollario sulle funzioni costanti (con dim.). Definizione di derivate di ordine superiore. Vari esempi. Prima delle regole dell’Hopital (con dim.).

Giovedì 17 Novembre 2 ore Enunciato della seconda e terza legge dell’Hopital. Vari esempi. Dimostrazione della seconda legge dell’Hopital.

Venerdì 18 Novembre 2 ore Svolgimento di un vecchio esercizio d’esame. Definizione di funzione convessa in termini delle combinazioni lineari convesse e teorema di equivalenza di questa definizione con altre 4 definizioni espresse in termini di opportuni rapporti incrementali (con parziale dimostrazione).

Venerdì 18 Novembre 2 ore Caratterizzazione delle funzioni convessi in termini della loro derivata prima e derivata seconda (con dim.). Def. di punti di flesso. Def. di polinomi di Taylor. Calcolo dei polinomi di Taylor di e^x, di sin (x).

Martedì 22 Novembre 3 ore Polinomi di Taylor di cos (x) (solo enunciati, ma da sapere dimostrare) e (con dim.) di (1+x)^{a}, con, in quest’ultimo caso, estensione della nozione di coefficiente binomiale. Dim. della formula del resto di Lagrange. Dim . che il numero di Neper è irrazionale. Un esercizio di approssimazione del numero di Neper con un numero razionale. Uno studio di funzione. Definizione di rette asintotiche.

Mercoledì 23 Novembre 2 ore Formula del resto di Peano (con dim.). Test delle derivate di ordine superiore per i punti critici (con dim.). Calcolo integrale. Decomposizioni Δ di intervalli e loro calibro o lunghezza | Δ |. Raffinamenti di decomposizioni. Oscillazione di una funzione in un intervallo. Somme S(Δ) e s(Δ) associate ad una data funzione f.

Giovedì 24 Novembre 2 ore Calcolo di S(Δ) e s(Δ) per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet. Dim. che se f≤ g si ha S(f, Δ≤ S(g,Δ) e s(f, Δ) ≤s(g,Δ). Dimostrazione che se Δ ‘ è un raffinamento di Δ allora s(Δ) ≤ s(Δ’) ≤S(Δ’) ≤ S(Δ)

Venerdì 25 Novembre 2 ore Dimostrazione della densità in R dei numeri irrazionali. Enunciato del fatto che se f(x)=p(x)+o(x^n) con p(x) un polinomio di grado ) ≤ n allora p(x) è il polinomio di ordine n di f(x) in 0. Calcolo di vari polinomi di Taylor usando questo enunciato.

Martedì 26 Novembre 3 ore Definizione di S\_n ed s\_n e dimostrazione dell’ esistenza dei loro limiti e della disuguaglianza s ≤S (integrale inferiore ed integrale superiore). Definizione di funzione integrabile secondo Darboux e di integrale di Darboux . Due esempi: funzioni costanti e funzione di Dirichlet. Vari esercizi sullo studio delle funzioni.

Giovedì 1 Dicembre 2 ore Dimostrazione che le funzioni monotone sono integrabili secondo Darboux. Definizione di funzione uniformemente continua. La limitatezza della derivata è una condizione sufficiente per l’ uniformemente continuità (senza dim.) . Teorema di Heine e Cantor (con dim.). Dimostrazione che le funzioni continue sono integrabili secondo Darboux. Definizione di somma Riemann. Definizione di integrabilità secondo Rieman. Teorema sull’equivalenza dei due integrali (senza dim.).

Venerdì 2 Dicembre 2 ore Linearità dell’integrale (con dim.). Monotonia (senza dim.). Teor della media per funzioni continue (con dim.). Teorema di Chasles (senza dim.). Teorema sull’integrabilità di |f(x)| (senza dim.) con dimostrazione della disuguaglianza triangolare. Esempio di funzione f(x) non integrabile tale che |f(x)| è integrabile. Teorema fondamentale del calcolo (con dim.). Definizione di primitiva di una funzione.

Martedì 6 Dicembre 3 ore Teorema sul fatto che la differenza di due primitive su un intervalla è costante (con dim.). Esempio di una funzione integrabile e non primitivabile. Esempio di una funzione non continua e primitivabile. Seconda parte del teorema fondamentale del calcolo (con dim.). Lista di primitive da ricordare a memoria. Formula dell’integrazione per parti (con dim.) con sua applicazione in vari esempi.

Venerdì 9 Dicembre 2 ore Formula dell’integrazione per parti per l’integrale definito. Qualche esempio. Decomposizione di Hermite di funzioni razionali (caso delle radici tutte reali)

Martedì 14 Dicembre 3 ore Definizione di funzione localmente integrabile. Definizione di integrale generalizzato di una funzione f(x) in un intervallo [a,b). Dimostrazione che se f(x) è integrabile secondo Riemann-Darboux in [a,b] allora il suo integrale di Riemann-Darboux coincide con l’integrale generalizzato. Integrabilità di funzioni x^{-p} in (0,1] e in [1,infinito) : enunciato e dimostrazione . Teorema del confronto (con dim). Esercizi.

Giovedì 15 Dicembre 2 ore. Teorema del confronto asintotico (con dim). Definizione di assoluta integrabilità. Parte positiva e parte negativa di una funzione. Teorema che assoluta integrabilità implica integrabilità (con dim). Decomposizione di Hermite di funzioni razionali (caso generale).

Venerdì 16 Dicembre 2 ore. Fine della discussione sulle decomposizione di Hermite di funzioni razionali con la divisione tra polinomi. Integrali di funzioni irrazionali.

Venerdì 16 Dicembre 2 ore. Esercizi.

Martedì 20 Dicembre 2 ore Esempio di funzione integrabile ma non assolutamente integrabile. Esercizi.

Giovedì 22 Dicembre 2 ore. Esercizi.