Giovedì 23 Settembre 2010 8-11 3 ore Proposizioni, enunciati, dimostrazione del fatto che se n è dispari allora il suo quadrato è dispari. Dimostrazioni per assurdo con esempi: applicazione del metodo per dimostrare che radice di 2 non è razionale; applicazione del metodo per dimostrare che esistono infiniti numeri primi. Insiemi, insieme vuoto, insieme delle parti, operazioni di unione, intersezione, differenza. Regole commutativa, associativa e di idempotenza per unione ed intersezione.

Venerdì 24 Settembre 8-11 3 ore Regole distributive per unione ed intersezione (con dim parziali). Complementare di un insieme, regole di De Morgan (con dim). Numeri naturali. Definizione di minimo di un sottoinsieme di N e Proposizione sull’esistenza ed unicità del minimo per sottoinsiemi di N (con dim.). Principio di induzione (con dim. a partire dalla Proposizione). Esempi di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli ; dimostrazione della formula per somme geometriche di ragione a.

Lunedì 27 Settembre 10-13 3 ore Somma aritmetica e prodotti notevoli (dimostrati per induzione). Disposizioni, semplici e con ripetizione, con dimostrazione del loro numero. Combinazioni semplici. Un esercizio di probabilita’, e formula di Newton del binomio. Coefficienti binomiali.

Martedì 28 Settembre,14-16 2 ore Calcolo della cardinalità dell’insieme delle parti usando la formula di Newton del binomio. Definizioni di estremo superiore (risp. inferiore) di un sottoinsieme limitato superiormente (risp. inferiormente) di un insieme totalmente ordinato. Assioma di esistenza di estremo superiore (risp. inferiore) nel caso di sottoinsiemi di numeri reali. Dimostrazione del fatto che l’insieme dei naturali non è limitato superiormente.

Giovedì 7 Ottobre 10-13 3 ore Dimostrazione del principio di Archimede. Dimostrazione dell’ esistenza ed unicità tra i numeri reali positivi della radice quadrata di 2. Assegnazione come esercizio dell’ esistenza ed unicità tra i numeri reali positivi della radice quadrata di r per ogni numero reale r>0. Assegnazione come esercizio dell’ esistenza ed unicità tra i numeri reali positivi della radice N-esima di r per ogni numero reale r>0. Radici N-esime. Densità dei numeri razionali nell’insieme dei numeri reali (con dim). Potenze di numeri reali con esponente naturale (richiamo delle regole elementari, senza dim.) . Definizione di potenze di numeri reali positivi con esponente razionale . Dimostrazione che (a^{1/n} )^m=(a^m) ^{1/n}. Assegnazione come esercizio delle regole elementari per potenze di numeri reali positivi con esponente razionale. Definizione della funzione valore assoluto. Dimostrazione della disuguaglianza triangolare.

Venerdì 8 Ottobre 10-13 3 ore : Generalizzazione della disuguaglianza triangolare a somme con un numero qualsiasi di addendi (con dim.)mostrazione del fatto che radice di p non è razionale se p è un numero primo. Prodotto cartesiano di due insiemi. Definizione di funzione. Funzioni iniettive, suriettive e biettive. Grafico di una funzione. Caratterizzazione di quali sottoinsiemi di AxB sono grafici di funzioni definite in A ed a valori in B. Vari esempi di grafici di funzioni. Lemma sul fatto che il grafico della funzione f(x+c) è ottenuto spostando verso sinistra di c unità il grafico di f(x) (con dim.).

Lunedì 11 Ottobre 10-13 3 ore Dimostrazione dell’ esistenza ed unicità tra i numeri reali positivi della radice N-esima di r per ogni numero reale r>0. Enunciato del Teorema Fondamentale dell’Aritmetica. Dimostrazione che se p è un numero primo, allora la radice N-esima di p non è un numero razionale. Successioni di elementi di un insieme X. Qualche esempio. Teorema sul fatto che esiste una successione che contiene tutti i numeri razionali. Definizione di limite di una successione di numeri reali, caso del limite finito. Verifica su qualche esempio.

Martedi 12 ottobre, 2 ore Successioni con limite infinito. Teorema dell’unicità del limite (con dim. per il caso di limiti finiti). Retta reale estesa. Regole della somma (con dim per limiti finiti), del prodotto (con dim per limiti finiti) e del quoziente. Vari esercizi sulla disuguaglianza triangolare

Lunedì 18 Ottobre 10-13 3 ore Limiti di polinomi p(n) e di funzioni razionali p(n) /q(n) per n che va all’infinito in N. Esempi di limiti con radici quadrate. Teorema del confronto per successioni (con dim). Tre versioni del teorema dei Carabinieri (con dim. nel caso in cui i limiti sono numeri reali). Dimostrazioni mediante teorema dei Carabinieri che: per b>0 il limite di b^{1/n} è 1; per b>1 il limite di b^{n} è + infinito; per b>1 il limite di b^{n}/n è + infinito. Calcolo delle somme parziali della serie di Mengoli.

Martedi 19 Ottobre 14-16 2 ore Teorema sull’esistenza del limite di successioni monotone. Due applicazioni, in particolare limite di successione notevole il cui limite è il numero di Nepero. Definizione di media aritmetica M e di media geometrica G di un insieme di n numeri. Teorema sul fatto che M è maggiore di G, con l’uguaglianza se e solo se tutti i numeri sono uguali (la dim. è stata successivamente fatta giovedì 11 novembre).

Lunedì 25 Ottobre 10-13 3 ore Svariati esercizi su successioni (in particolare razionalizzando funzioni). Svariati esercizi su sommatorie (con uso dell’induzione). Definizione di sottosuccessione.

Martedi 26 Ottobre 14-16 2 ore Dimostrazione che una successione ha limite L se e solo se ogni sua sottosuccessione ha limite L. Dimostrazione che se Y è un sottoinsieme di X in R, allora inf X è minore uguale a inf Y e sup X è maggiore uguale a sup Y . Definizione di punto di accumulazione di una successione: equivalenza tra due diverse definizioni (con dim. nel caso di in cui il punto sia in R). Assegnazione di vari esercizi.

Lunedì 8 Novembre 10-13 3 ore Insieme dei punti di accumulazione della successione (-1)^n e di una successione formata da tutti i numeri razionali. Definizione di limsup e liminf di una successione come estremo superiore ed estremo inferiore dell’insieme dei punti di accumulazione (se non vuoto). Teorema sull’esistenza di limsup (e liminf ) e sua rappresentazione come limite di una specifica successione decrescente (risp. crescente), con dim. Limite di una successione secondo Cesaro. Assegnazione di vari esercizi. Definizione di punto isolato di un sottoinsieme di R. Un esempio

Martedì 9 Novembre 14-16 2 ore Teorema di Bolzano Weierstrass. Esercizi vari su limiti di successioni e sulle potenze con esponente irrazionale.

Mercoledì 10 Novembre 11-13 2 ore Definizione di punti isolati ed interni di un sottoinsieme X di R. Equivalenza di due distinte definizioni di punti isolati (con dim). Parte interna di X. Sottoinsiemi aperti di R. Definizione di punti di accumulazione per un sottoinsieme X di R. Equivalenza di due distinte definizioni di punti di accumulazione (senza dim). Vari esempi.

Giovedì 11 Novembre 8-11 3 ore Vari esercizi. In particolare esercizi sulle potenze con esponente irrazionale e dimostrazione di alcune delle regole delle potenze. Dimostrazione che se una successione ha limite L, allora converge secondo Césaro ad L . Esempio di successione che converge secondo Césaro a 0 ma che non converge a 0. Dimostrazione di un teorema sul fatto che la media aritmetica è maggiore della media geometrica, enunciato martedì 19 ottobre. Definizione di chiusura in R di un sottoinsieme di R. Definizione di sottoinsieme chiuso di R. Qualche esempio.

Venerdì 12 Novembre 8-11 3 ore Teorema sul fatto che un sottoinsieme è aperto se e solo se il complementare è chiuso (con dim.) . Teorema sul fatto che l’unione di aperti è un aperto e l’intersezione di una famiglia finita di aperti è un aperto (con dim.). Teorema sul fatto che l’intersezione di chiusi è un chiuso e l’unione di una famiglia finita di chiusi è un chiuso (con dim.). Teorema sul fatto che se X è un sottoinsieme non vuoto e non è uguale ad R, allora X non può essere aperto e chiuso allo stesso tempo (con dim.). Teorema sul fatto che una successione ha limite L se e solo se il suo liminf ed il suo limsup sono entrambi uguali ad L.

Lunedì 15 Novembre 10-13 3 ore Successioni di Cauchy e dim. che una successione è di Cauchy sse è convergente. Insieme dei numeri complessi: operazioni di somma e prodotto. Unità immaginaria. Valore assoluto, complesso coniugato, inverso di un numero complesso non nullo. Due proprietà del valore assoluto: |z|=0 implica z=0; |z w|=|z| |w| (con dim). La disuguaglianza di Schwarz | (con dim). L disuguaglianza triangolare. Rappresentazione dei numeri complessi in coordinate polari. Lemma sulla rappresentazione del prodotto di due numeri complessi in coordinate polari (enunciato solo). Formule di De Moivre.

Martedì 16 Novembre 14-17 3 ore Dimostrazione del Lemma sulla rappresentazione del prodotto di due numeri complessi in coordinate polari enunciato Lunedì 15. Radici dell’unità. Radici di un numero complesso. Risoluzione di varie equazioni. Enunciato del teorema fondamentale dell’algebra. Vari esercizi di topologia in R. Elementi di topologia in C. Definizione di punti isolati, di accumulazione ed interni di un sottoinsieme di C. Dischi aperti e chiusi. Insiemi aperti e chiusi.

Lunedì 15 Novembre 10-13 3 ore Teoremi nel caso di C: un sottoinsieme è aperto se e solo se il complementare è chiuso (senza dim.) : l’unione di aperti è un aperto e l’intersezione di una famiglia finita di aperti è un aperto (senza dim; l’intersezione di chiusi è un chiuso e l’unione di una famiglia finita di chiusi è un chiuso (senza dim.); se X è un sottoinsieme non vuoto e non è uguale ad R, allora X non può essere aperto e chiuso allo stesso tempo (senza dim.). Funzioni biettive e loro inverse. Funzioni iperboliche. Arcoseno Definizione di limite d una funzione a valori reali in un punto di accumulazione (caso del limite finito). Teorema di caratterizzazione del limite in termini di successioni (con dim).

Martedì 16 Novembre 14-17 3 ore Definizione di limite d una funzione a valori reali in un punto di accumulazione : casi del limite infinito. Definizione di limite a + infinito ed a – infinito. Teorema di caratterizzazione del limite in termini di successioni (per questi altri casi solo enunciato). Regole della somma, del prodotto e del quoziente (con dim della regola della somma). Teoremi del confronto e dei carabinieri. Continuità di una funzione in un punto di accumulazione. Continuità di sin (x) e cos(x). Esercizi sui numeri complessi

Teorema di caratterizzazione del limite in termini di successioni (con dim).

Lunedì 29 Novembre 10-13 3 ore Limite di sin x/x per x che va a 0. Limite di (1+1/x)^x per x che va all’infinito. Qualche altro esempio. Limiti destro e sinistro. Teorema sul fatto che il limite esiste sse esistono separatamente e sono uguali limiti destro e sinistro (senza dim.) . Funzioni monotone. Esistenza del limite destro e sinistro di funzioni monotone (con dim.) . Qualche esempio. Esercizi sulla chiusura di sottoinsiemi di C. Esercizio sulle funzioni iperboliche. Inversa di sinh(x).

Martedì 30 Novembre 14-17 3 ore Teorema sul fatto che le funzioni inverse di funzioni strettamente crescenti sono strettamente crescenti (con dim.). Teorema sul fatto che funzioni continue strettamente monotone e definite su intervalli hanno come immagine un intervallo e la loro inversa è continua (senza dim.). Continuità del log (x). Limite di log(1+x)/x per x che va a 0, e due altri limiti notevoli (tutti con dim.). Limite di arctan x per x che va a +infinito e –infinito. Qualche esercizio su numeri complessi e su topologia. Assegnazione di vari esercizi di calcolo combinatorio.

Lunedì 6 Dicembre 9-11 2 ore Vari esercizi di calcolo combinatorio. Teorema della costanza del segno per i limiti (con dim.). Teorema degli zeri per funzioni continue (con dim.). Applicazione all’esistenza di zeri reali per polinomi di grado dispari. Definizione di successione convergente di numeri complessi e di suo limite

Martedi 6 Dicembre 14-17 3 ore Teorema dei valori intermedi (con dim.). Un esercizio. Teorema sul fatto che funzioni continue mandano intervalli in intervalli (con dim.). Qualche applicazione. Un esercizio sul teorema degli zeri. Esercizi su disuguaglianze in C. Esercizi di calcolo combinatorio..

Lunedì 13 Dicembre 10-13 3 ore Teorema sulla continuità della composizione di due funzioni continue (con dim.) . Definizione di uniforme continuità di una funzione. Dimostrazione del Teorema di Heine. Verifica che x^2 non è uniformemente continua su R. Esercizi sui limiti. Qualche esercizio sulla topologia di C.

Martedì 14 Dicembre 14-16 2 ore Teorema sul fatto che funzioni continue e strettamente monotone su intervalli hanno inversa continua (senza dim.). Definizione di arco coseno. Teorema sul fatto che se una funzione continua su un intervallo è biettiva, allora è strettamente monotona. Esercizi su successioni definite ricorsivamente. Un esercizio sulla topologia di un sottoinsieme di C

Martedì 22 febbraio 16-18 3 ore Prodotto incrementale, con giustificazioni geometrica (coefficiente angolare della retta per due punti di un grafico) e cinematica (velocità media). Definizione di derivata. Definizione di retta tangente in un punto e suo significato geometrico. Calcolo della derivata di funzioni lineari. Dimostrazione delle formule per la derivata dell’esponenziale, del logaritmo, delle potenze (due distinte dimostrazioni nel caso di potenza naturale). Definizione di direvata destra e di derivata sinistra.

Mercoledì 23 febbraio 11-13 ore 2 ore Una funzione differenziabile in x è continua in x (con dim.). Alcuni esempi. Dimostrazioni delle regole della somma, del prodotto e del quoziente. Derivata del sino e del coseno (con dim nel caso del seno).

Giovedì 24 febbraio 11-13 ore 2 ore Dimostrazione che la derivata di funzioni pari è dispari. Dimostrazione della regola della catena. Dimostrazione delle formule delle derivate delle funzioni sinh (x) e cosh(x).

Martedì 1 marzo 16-17 1 ora Esercizi sul calcolo delle derivate applicando le regole di differenziazione.: derivata di tan(x); verifica della continuità e differenziabilità di funzioni definite da formule diverse su intervalli distinti. Risoluzione di alcuni esercizi della provetta del 14 Febbraio.

Mercoledì 2 marzo 11-13 ore 2 ore Dimostrazione del teorema sulla derivata della funzione inversa . Esempi: calcolo della derivata di arctan(x) e di arcsin (x). Dimostrazione del Teorema di Fermat. Enunciato del Teorema di Lagrange e dimostrazione del fatto che questo implica che se f’(x)>0 per ogni x allora la funzione f(x) è strettamente crescente.

Giovedì 3 marzo 11-13 ore 2 ore Definizione di derivata seconda e di derivate di ordine superiore . Applicazione del Teorema di Fermat e della derivata per trovare massimi e minimi in vari esempi.

Mercoledì 9 marzo 11-13 ore 2 ore Dimostrazione dei teoremi di Roole, di Lagrange a di Cauchy. Dimostrazione di una caratterizzazione tramite derivata delle funzioni costanti. Qualche esercizio. Dimostrazione di due regole dell’Hopital nel caso di limiti indefiniti o/o. Enuncitato (senza.dim) della regola dell ‘ Hopital nel caso di limiti indefiniti infinito/infinito.

Giovedì 10 marzo 11-13 ore Dimostrazione di due regole dell Hopital nel caso di limiti indefiniti o/o. Enunciato (senza.dim) della regola dell Hopital nel caso di limiti indefiniti infinito/infinito.

Martedì 15 marzo 16-17 1 ora Definizione di funzione convessa. Teorema di caratterizzazione delle funzioni convesse in termini di coefficienti angolari di opportune rette secanti per terne di punti arbitrari (solo enunciato). Teorema di caratterizzazione in termini della derivata per funzioni convesse differenziabili (con dim.). Teorema di caratterizzazione in termini del segno della derivata seconda (con dim.). Definizione di funzioni concave. Qualche esempio.

Mercoledì 16 marzo 11-13 Esercizi con le regole dell’Hopital. Studio di funzioni. Definizione di retta asintotica, e ricerca di asintoti.

Martedì 22 marzo 16-17 2 ore Teorema di caratterizzazione di funzioni differenziabili convesse in termini delle rette tangenti (con dim.). Teorema sul metodo delle tangenti di Newton (con dim.). Esercizi.

Mercoledì 23 marzo 11-13 2 ore . Simbolo O grande ed o piccolo. Definizione di polinomio di Taylor di ordine n. Calcolo nel caso di e^x e di cos (x), ed enunciato nel caso di sin(x). Dimostrazione della formula di Lagrange per il resto. Enunciato della formula di Peano per il resto.

Giovedì 24marzo 11-13 2 ore . Dimostrazione di vari Corollari della formula di Lagrange, come il fatto che p\_n(x) è l’unico polinomio di grado minore o uguale ad n cha ha le medesime derivate fino all’ordine n nel punto x\_0, o che i polinomi di Taylor di f’ sono le derivate dei polinomi di Taylor di f, con derivazione dei polinomi di cos(x) a partire da quelli di sin(x). Enunciato del teorema di caratterizzazione dei punti critici x\_0 di una funzione f(x) se una derivate di f(x) in x\_0 non è nulla. Come caso particolare, enunciato del test della derivata seconda.

Mercoledì 30 marzo 2 ore Integrale di Darboux. Decomposizioni, calibro, raffinamenti. Somme di Darboux. Due lemmi (con dim) . Definizione di integrale superiore ed integrale inferiore. Definizione di funzione integrabile secondo Darboux. Esempio delle funzioni costanti. Esempio della funzione di Dirichlet

Giovedì 31 marzo 2 ore Una condizione necessaria per l’integrabilità secondo Darboux (con dim). Applicazione per dimostrare che funzioni continue e funzioni monotone sono funzioni integrabili secondo Darboux. Definizione di somma di Riemann. Definizione di funzione integrabile secondo Riemann. Dimostrazione che se una funzione è integrabile secondo Riemann, allora è limitata.

Martedì 5 Aprile 2 ore Dimostrazione che se una funzione è integrabile secondo Riemann allora è integrabile secondo Darboux e gli integrali coincidono . Dimostrazione (usando un lemma tecnico sull’integrale di Darboux) che se una funzione è integrabile secondo Darboux allora è integrabile secondo Riemann e gli integrali coincidono. Qualche esercizio sui polinomi di Taylor

Mercoledì 6 Aprile 2 ore Enunciato della linearità, monotonia e additività rispetto al dominio di integrazione dell’integrale. Dimostrazione che se f è integrabile anche |f| è integrabile e dimostrazione della disuguaglianza triangolare. Dimostrazione del Teorema Fondamentale del Calcolo (o di Torricelli Barrow).

Giovedì 7 Aprile 2 ore Definizione di primitiva. Teorema di valutazione per integrali di funzioni continue (con dim.). Elenco di primitive. Formula dell’integrazione per parti (con dim.). Vari esempi.

Martedì 12 aprile \_2 ore dimostrazione del teorema di linearita e del teorema di monotonia per gli integrali. Esercizi vari sui polinomi di Taylor per funzioni definite da integrali.

Mercoledì 13 aprile \_2 ore Dimostrazione della regola del cambio di variabile in integrali definiti ed indefiniti. Vari esempi. Decomposizione di Hermite di funzioni razionali. Esempio di funzione f(x) non integrabile t.c. |f(x)| è integrabile.

Giovedi 14 aprile \_2 ore Teorema sulla divisione di polinomi (senza dim.). Teorema sulle radici di polinomi a coefficienti reali. Decomposizione di Hermite nel caso di polinomi a coefficienti reali. Esempi.

Martedì 18 Aprile 2 ore Esercizi di integrazione. In particolare, integrali di funzioni “irrazionali”.

Mercoledì 19 2ore Funzioni localmente integrabili. Integrali impropri su intervalli semiaperti. Dimostrazioni relative all’integrabilità o meno di x^{-p}. Aut aut per funzioni localmente integrabili positive (con dim.). Regole della somma, della monotonia e della additività rispetto al dominio ( dim. assegnata per esercizio).

Giovedì 28 Aprile 2ore Teorema del confronto (con dim.). Teorema del confronto asintotico (con dim.). Esempi con la funzione parte intera.. Parte positiva e parte negativa di una funzione. Funzioni assolutamente integrabili. Dimostrazione del fatto che sono integrabili.

Martedì 3 Maggio 2 ore Esercizi sugli integrali impropri. Dimostrazione che una funzione limitata in [a,b] e continua eccetto in un insieme finito è integrabile. Dimostrazione che se cambio una funzione integrabile in un insieme finito, ottengo una funzione integrabile con lo stesso integrale.

Mercoledì 4 Maggio 2ore Definizione di serie: successione delle somme parziali. Definizione di limite di una serie. Vari esempi. Studio della serie geometrica di ragione r, e delle serie con termin n^{-p}. Studio della serie di Mengoli. Dimostrazione del fatto che perché la serie converga, la successione dei termini deve convergere a 0. Vari esempi per illustrare questo fatto.

Giovedì 5 Maggio 2 ore Serie a termini positivi. Teorema sulla loro interpretazione come integrali (con dim.) . Teorema di aut aut per serie a termini positivi. Teoremi di confronto e confronto asintotico per serie a termini positivi. Esempi vari

Martedì 10 Maggio 2 ore Dimostrazione del criterio della radice e del criterio del rapporto. Vari esempi . In particolari esempi nel caso in cui i criteri sono inutilizzabili. Definizione di serie assolutamente convergente.

Mercoledì 11 Maggio 2 ore Dimostrazione che serie assolutamente convergenti sono convergenti. Criteri di Leibnitz per serie di segno alternante e dimostrazione della convergenza delle serie che li verificano.

Giovedì 12 Maggio Definizione di serie di numeri conplessi e di loro convergenza. Dimostrazione del fatto che convergono se e solo le due serie formate dalle parti reali ed immaginarie convergono. Dimostrazione che l’assoluta convergenza implica la convergenza. Esempio di una funzione integrabile che non è assolutamente integrabile. Vari esercizi sulle serie di numeri complessi