Materiale coperto nel corso di Analisi Matematica 1 Ingegneria, docente S. Cuccagna A.A. 2014-15 e regole del corso.

Lunedì 22 Settembre 2 ore Numeri naturali. Principio di induzione. Teorema sulle dimostrazioni per induzione. Esempi di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli ; dimostrazione della formula per somme geometriche di ragione a. Sommatorie e loro proprietà.

Mercoledì 24 Settembre 2 ore Teorema fondamentale dell'aritmetica (senza dim.). Dimostrazione che $\sqrt{2}$ non esiste in Q. Intervalli in R. Definizione di sottoinsieme limitato superiormente di R. Caratterizzazione assiomatica dell'estremo superiore di un sottoinsieme di R. Massimo di un insieme. supN=infinito (con dim.), Principio di Archimede (con dim.) . . Dimostrazione che $\sqrt{2}$ esiste in R_+ (inizio dim.)

Giovedì 25 Settembre 2 ore Conclusione della dimostrazione che $\sqrt{2}$ esiste in R. Teorema di esistenza ed unicità in R_+ delle radici n-esime di numeri reali positivi (senza dim.). Definizione a^x per a>0 ed x in R. Definizione di Inf(X) e dimostrazione Sup (-X)=-inf (X). Dimostrazione che ogni sottoinsieme finito di R ha massimo.

Venerdì 26 Settembre 2 ore Densità di Q in R (con dim.). Dimostrazione che se X è un sottoinsieme di N allora inf (X)=min (X). Numeri complessi. Complesso coniugato di z. Valore assoluto |z|. Esistenza di 1/z se z≠0 (con dim.).

Lunedì 29 settembre 2 ore Vari esercizi tra cui Es. 2 dell'esame del 27/1/14. Rappresentazione in forma polare del prodotto di due numeri complessi (con dim.). Formule di De Moivre. Radici n esime dell'unità. Radici n esime di numeri complessi qualsiasi. Teorema fondamentale dell'algebra sull'esistenza di una radice in C per ogni polinomio di grado ≥ 1 (solo enunciato). Divisione tra polinomi: quoziente e resto.

Mercoledì 1 Ottobre 2 ore Divisibilità di un polinomio P(z) per z-a se P(a)=0 (con dim.). Teorema fondamentale dell'algebra sul la fattorizzazione in polinomi di grado 1 (dimostrato assumendo la precedente versione del teorema fondamentale dell'algebra). Molteplicità delle radici di un polinomio. Esercizi sui numeri complessi. Dimostrazione che se X è contenuto in Y che è contenuto in R, allora inf (Y) ≤inf (X)≤sup (X)≤sup(Y).

Giovedì 2 Ottobre 2 ore Calcolo combinatorio: disposizioni semplici , permutazioni, D(k,n) e n!; combinazioni semplici, C(k,n), coefficienti binomiali. Formula di Newton del binomio. Esercizi.

Venerdì 3 Ottobre 2 ore Definizione di funzione. Grafico di una funzione. Caratterizzazione dei grafici in termini della proprietà della retta verticale. Immagine e contrommagine di un insieme. Definizione della funzione valore assoluto |x| e proprietà. In particolare, dimostrazione della disuguaglianza triangolare. Definizione di spazio metrico. Distanza tra due punti di R e dimostrazione che R risulta essere uno spazio metrico. Funzioni monotone. Successioni.

Lunedì 6 Ottobre 2 ore Definizione di $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \mathrm{L}$ sia per L reale che per L= ±∞ quando sup Dominio (f)= + ∞. Caso delle successioni e vari esempi. Teorema dell'unicità del limite(con dim. nel caso L in R). Retta reale estesa. Enunciato delle regole della somma, del prodotto e del quoziente per i limiti.

Mercoledì 8 Ottobre 2 ore Dimostrazione delle regole dei limiti. Limiti di polinomi p(x) e di funzioni razionali p(x) /q(x) per x che va all'infinito in R. Verifica che se un insieme X ha n elementi allora il suo insieme delle parti ha 2^n elementi

Giovedì 9 Ottobre 2 ore Teorema dei Carabinieri (con dim.) .Per b>0 il limite di b^{1/n} è 1; per b>1 il limite di b^{n} è + infinito; per b>1 il limite di b^{n}/n è + infinito. Dimostrazione del Teorema di esistenza in R_+ delle radici n-esime di numeri reali positivi .

Venerdì 10 Ottobre 2 ore Fine della dimostrazione del teorema sulle radici n-esime. Densità in R dei numeri irrazionali. Definizione di punto di accumulazione e di chiusura di un sottoinsieme di R. Chiusura di un sottoinsieme di R. Punti interni e parte interna di un sottoinsieme di R. Sottoinsiemi aperti di R. Sottosuccessioni di una successione. Punti di accumulazione di una successione.

Lunedì 13 Ottobre 2 ore Definizione di limsup e di liminf di una successione. Definizione di $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \mathrm{L}$. Definizione di $\lim_{x\to y} f(x) = L$ per y un punto di accumulazione del dominio di f. Definizione di funzione continua in un punto. Verifica della continuità di polinomi, di funzioni razionali, di sin (x) e di cos (x).

Mercoledì 15 Ottobre 2 ore Definizione di limite da destra e da sinistra. Caratterizzazione del limiti in termini del limite da destra e da sinistra (senza dim.). verifica che $\lim_{x\to 0} sin\,(1/x)$ non esiste. Dimostrazione di $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$. Teorema sui limiti per le funzioni monotone (solo enunciato). Calcolo di $\lim_{x\to+\infty} b^x$ e di $\lim_{x\to-\infty} b^x$.

Giovedì 16 Ottobre 2 ore Dimostrazione del Teorema sui limiti per le funzioni monotone. Dimostrazione della continuità di b^x . Numero di Nepero come $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$. Teorema sul cambio di variabile nei limiti (con dim).

Venerdì 17 Ottobre 2 ore $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ e $\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ (con dim.). Teorema di Bolzano Weierstrass (con dim). Definizione di punti di massimo e punti di minimo assoluto. Teorema di Weierstrass per funzioni continue (con dim.)

Lunedì 20 Ottobre 2 ore Lemma sulla conservazione del segno (con dim.). Teorema degli zeri per funzioni continue (con dim.). Dimostrazione che i polinomi di grado dispari e coeffcienti reali hanno almeno una radice reale. Una estensione del Teorema di Weierstrass per opportune funzioni continue definite su intervalli aperti. Caratterizzazione di $\lim_{x\to y} f(x) = L$ in termini di successioni (con dim.).

Mercoledì 22 Ottobre 2 ore Teorema dei valori intermedi (con dim.). Se f è continua in un intervallo I allora f(I) è o un punto o un intervallo (senza dim). Teorema sulla continuità delle funzioni inverse di funzioni monotone(con dim.). Logaritmo. $\lim_{y\to 0} \log(1+y)/y = 1$ (con dim.)

Giovedì 23 Ottobre Lezione cancellata

Venerdì 24 Ottobre 2 ore Arcoseno ed arcotangente. $\lim_{x\to 0}(e^x - 1)/x = 1$ e $\lim_{x\to 0}[(x+1)^a - 1]/x = a$ (entrambe con dim.) . Dim. della continuità di x^a. Definizione di funzioni iperboliche sh (x), ch(x) e th(x). Dim. di ch^2(x)-sh^2(x)=1.

Lunedì 27 Ottobre 2 ore Dimostrazione di $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n = e^x$. Un esempio di applicazione di e^x al calcolo del montante nel caso dell'interesse continuo. . Verifica di $\lim_{x\to o^{\wedge}+} x^x = 1$. Calcolo delle funzioni inverse di sh (x) e ch(x). Rapporti incrementali e significato geometrico. Retta tra due punti. Definizione di derivata. Definizione di retta tangente.

Mercoledì 29 ottobre, 2 ore Dim . di $(x^a)' = a\ x^{a-1}$ (regola della potenza). $(e^x)' = e^x$ e (log x)'=1/x . Differenziabilità implica continuità (con dim.) Regole della somma, del prodotto (con dim.) e del quoziente (con dim.).

Giovedì 30 ottobre 2 ore Regola della derivata della funzione inversa (con dim.). Calcolo di (arctan x)' e (arcsin x)'. Regola della catena (con dim.). Calcolo di (sinh x)', (cosh x)'. Gerarchie all'infinito. Equazione di Malthus.

Venerdì 31 ottobre 2 ore. Teorema di Fermat (con dim.). Varie esempi: dimostrazione di 1+x $\leq e^x$ su R, legge della riflessione in ottica geometrica (con dim.) . Qualche esercizio

Mercoledì 5 novembre 2 ore. Teoremi di Rolle e di Lagrange (tutti con dim.). Caratterizzazione delle funzioni differenziabili monotone su intervalli. . Svolgimento dell' esercizio 2 dell' esame del 23 giugno 14 . Definizione di derivata destra e di derivata sinistra. Caratterizzazione della derivata in termini di derivata destra e sinistra (senza dim.).

Giovedì 6 Novembre 2 ore. Teorema di Cauchy (con dim). Derivate di ordine superiore. Esercizi

Venerdì 7 Novembre 2 ore Prima (con dim.) seconda (con dim.) e terza regola dell'Hopital (senza dim.). Vari esempi. Definizione di polinomio di Taylor di ordine n. Caso di e^x

Lunedì 10 Novembre 2 ore Polinomi di Taylor di $\sin(x), \cos(x)$, $(1+x)^a$. Enunciato della formula di Lagrange per il resto. Un esercizio.

Mercoledì 12 Novembre 2 ore Dimostrazione della formula di Lagrange. Alcuni esercizi. Formula di Peano per il resto (con dim.). Simbolo o piccolo.

Giovedì 13 Novembre 2 ore Definizione di funzione convessa. 3 caratterizzazioni delle funzioni convesse in termini di rapporti incrementali (senza dim.). Caratterizzazione in termini della crescenza in x di $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ per ogni fissato y (senza dim.). Caratterizzazione delle funzioni convesse in termini della loro derivata prima e derivata seconda (con dim.). Definizione di funzioni concave. Definizione di punti di flesso.

Venerdì 14 Novembre 2 ore Calcolo integrale. Decomposizioni Δ di intervalli e loro calibro o lunghezza | Δ |. Raffinamenti di decomposizioni Somme S(Δ) e s(Δ) associate ad una data funzione f.

Calcolo di S(Δ) e s(Δ) per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet. Disuguaglianze s(Δ) ≤ s(Δ') ≤S(Δ') ≤ S(Δ) se Δ ' è un raffinamento di Δ allora e s(Δ') ≤S(Δ) per ogni coppia Δ ', Δ (non sono richieste le dimostrazioni). Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore. Definizione di integrale di Darboux. Esempi: funzioni costanti e funzione di Dirichlet. Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore. Definizione di integrale di Darboux. Esempi: funzioni costanti e funzione di Dirichlet.

Martedì 18 Novembre 2 ore Una condizione necessaria e sufficiente perché una funzione sia integrabile secondo Darboux (con dim.). Dimostrazione che le funzioni monotone sono integrabili secondo Darboux. Definizione di uniforme continuità. x^2 non è unif. continua in R. La limitatezza della derivata è una condizione sufficiente per l' uniformemente continuità (con dim.) . Enunciato del Teorema di Heine. Dimostrazione dell'integrabilità secondo Darboux delle funzioni continue.

Mercoledì 19 Novembre 2 ore. Dimostrazione del Teorema di Heine. Definizione somme di Riemann e di integrabilità e di integrale di Riemann. Teorema sulla coincidenza tra integrale di Riemann e Darboux (senza dim.). Proprietà dell'integrale: linearità (con dim della regola della somma); monotonia (con dim.). Teorema della media (con dim).

Giovedì 20 Novembre 2 ore Integrabilità dei prodotti (senza dim.). Additività rispetto al dominio di integrazione (senza dim.). Teorema di Chasles (senza dim.). Teor. sull'integrabilità di |f(x)| se f(x) è integrabile (senza dim.) e disuguaglianza triangolare (con dim.). Esempio di funzione f(x) non integrabile tale che |f(x)| è integrabile. Teorema fondamentale del calcolo (con dim.).

Venerdì 21 Novembre 2 ore Svolgimento di esercizi di vecchi esami: esercizi0 1 del 8 sett.14; es 4 del 16 luglio 14; es 3 del 23 giugno 14

Lunedì 24 novembre 2 ore Primitive e funzioni primitivabili. Verifica che la funzione di Heaviside non è primitivabile su R. Esempio di funzione discontinua in un punto ma primitivabile in R. Teorema sul fatto che la differenza di due primitive su un intervallo è costante (con dim.). Teorema sul calcolo degli integrali con le primitive (con dim.). Lista di primitive da ricordare a memoria. Formula dell'integrazione per parti (solo enunciata) .

Mercoledì 26 Novembre 2 ore. Lemma su caratterizzazione dei polinomi di Taylor in termini dell'errore (con dim.). Svolgimento del es 4 esame del 23/6/14 e dell'es. 3 10/9/12

Giovedì 27 Novembre 2 ore Dimostrazione della formula dell'integrazione per parti . Formula del cambiamento di variabile per l'integrale indefinito (con dim.). Qualche esempio. Espansione di Hemite per funzioni razionali : enunciato nel caso R(x)= $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con grado P< grado Q.

Venerdì 28 Novembre 2 ore Svolgimento di esercizi di vecchi esami: esercizio 1 del 13 genn.14; es 2 del 10 sett 12; es 1 del 7 gennaio 13

Lunedì 1 Dicembre 2 ore Qualche esempio di espansione di Hermite. Teorema sul cambio di variabile per integrali definiti, con dim.

Mercoledì 3 Dicembre 2 ore Espansione di Hermite di caso R(x)= $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con grado P e grado Q qualsiasi. Esempi ed esercizi. Definizione di integrale improprio di una funzione f(x) in un intervallo [a,b) o (a,b]. Integrabilità di funzioni x^{-p} in (0,1] e in [1, infinito) : enunciato e dimostrazione . Aut-Aut (con dim.).

Giovedì 4 Dicembre 2 ore Teoremi del confronto e del confronto asintotico, con dimostrazione. Vari esempi. Esercizi.

Venerdì 5 Dicembre 2 ore Espansioni di Taylor in 0 di $\frac{1}{1-x}$ e di $\frac{1}{1+x}$. Esercizi da vecchi esami.

Mercoledì 10 Dicembre 2 ore Definizione di assoluta integrabilità. Parte positiva e parte negativa di una funzione. Teorema che assoluta integrabilità implica integrabilità (con dim).

Giovedì 11 Dicembre 2 ore Verifica che $\frac{\sin(x)}{x}$ è una funzione integrabile in R ma non è assolutamente integrabile. Esercizi.

Venerdì 12 Dicembre 2 ore Integrali di funzioni irrazionali. Esercizi. Fine del corso

Libro consigliato : "ANALISI MATEMATICA 1" Giusti, Bollati Boringhieri ed.

Esame. Ci saranno 7 appelli nel corso dell'anno solare 2015. Gli scorsi anni si sono avuti 3 appelli nella sessione invernale in Genn-Febb, 3 nella sessione estiva in Giugno-Luglio, 1 nella sessione autunnale in Sett.

Regole d'esame. L'esame consiste di due prove scritte o di una prova scritta e di un colloquio. La prima prova scritta consiste di di esercizi. La seconda prova scritta, se c'è, e teorica, chiede definizioni, enunciati, dimostrazioni, ma può
contenere esercizi di natura teorica. Di solito nel medesimo appello la prova scritta teorica è svolta due giorni dopo la prova di esercizi. Per essere ammessi alla prova teorica bisogna avere riportato almeno

15/30 nella prova di esercizi. Dopo le due prove scritte ci può essere anche un colloquio, a discrezione del docente o su richiesta dello studente.

Ad esempio, nell'appello che inizia il 12 gennaio, il 12 si farà lo scritto di esercizi mentre la seconda prova consisterà di un colloquio, il 13.

Chi ad un appello (ad esempio primo appello della sessione invernale) ha riportato un voto maggiore o uguale a 15 nella prova di esercizi e non si sente pronto per la prova teorica, può conservare il voto della prova di esercizi e presentarsi alla prova teorica in un altro appello, sempre però nella stessa sessione di esami (cioè, nel nostro esempio , nel secondo o terzo appello della sessione invernale).

Le iscrizioni agli esami devono avvenire tramite il sito esse3. Attenzione. Bisogna iscriversi separatamente sia alla parte di esercizi che alla parte teorica.

Per vecchi esami (parte esercizi) si rimanda ai siti http://www.dmi.units.it/~omari/Didattica.html
e http://www.dmi.units.it/~cuccagna/didattica (si veda al materiale dello scorso anno accademico)